

Пути развития математики в Европе в V—XV вв. На европейском континенте математика не имеет столь древнего происхождения, как во многих странах Ближнего и Дальнего Востока. Если не считать математики римлян (о которой мы не будем специально говорить из-за недостатка места и времени, а также слабого уровня научно-теоретического развития и влияния на последующее развитие математики), то заметные успехи европейской математики появились только в эпоху развитого средневековья и особенно Возрождения. Наступление эпохи средних веков в Европе, или эпохи феодализма, относят к V в. н. э., к тому времени, когда пала западная Римская империя. В течение V—X вв. происходит длительный процесс становления феодальных отношений в Европе, раздробленной на множество владений. Экономика этих владений имеет натуральный характер, обмен весьма слаб. На XI—XIV вв. падает пора расцвета феодализма. В это время происходит разделение труда между городом и деревней, ремеслом и земледелием. Растут города и развиваются товарно-денежные отношения. В XII—XV вв. в борьбе и войнах складываются национальные государства. В XIV в. феодальный мир потрясают крестьянские войны, в которых за религиозной окраской нетрудно разглядеть их антифеодальную сущность. В XV—XVIII вв. происходит созревание в недрах феодализма капиталистических отношений и разложение феодального уклада. Начало этого последнего периода, т. е. XV и XVI вв., в культурном и идеологическом развитии ряда стран Западной и Центральной Европы известно под именем Возрождения.

Техника средневековой Европы, вначале примитивная и разобщенная, приобретает к концу этого периода массовый характер, а уровень технических достижений быстро повышается.

Вот несколько примеров. Добыча руд и металлургия, начатая в VIII в., набирала силу в течение четырех веков и в XII в. превратилась в заметную область европейской промышленности. В том же веке были открыты свойства магнитной стрелки. Около 1000 г. появилось стекло, но шлифовка и амальгамирование стекла в связи с производством очков, зеркал, подзорных труб были введены лишь в XIV в. Около 1100 г. изобретены часы с колесным, позднее колесно-пружинным механизмом, а через 100 лет — часы с боем. Бумага стала входить в обиход в Европе с XII в., а книгопечатание было изобретено лишь в середине XV в. В период XIII—XIV вв. все шире стал применяться порох. Эти примеры показывают, что технические достижения европейских народов, вначале слабые и редкие, накапливаются и создают условия для ускорения технического прогресса и для смены всей системы экономических, политических, научных и культурных отношений и воззрений.

Аналогичную картину вначале очень замедленного, затем все более ускоряющегося развития и, наконец, коренного, революционного преобразования представляют естествознание и математика в средневековой Европе.

Действительно, в V—XI вв. уровень математических знаний в Европе был весьма низким. Сколько-нибудь крупных математических открытий или сочинений не удастся обнаружить. Даже образованные люди редки. По-видимому, единственными хранителями математических знаний, превышавших обычные бытовые запросы, были немногочисленные ученые-монахи, хранившие, изучавшие и переписывавшие естественнонаучные и математические сочинения древних. Мертвящее влияние церкви накладывало сильнейший отпечаток схоластики и на эти островки знания.

Основной организационной предпосылкой развития математики в Европе было открытие учебных заведений. Одно из первых подобных заведений организовал в г. Реймсе (Франция) Герберт (940—1003), позднее ставший римским папой под именем Сильвестра II.

В школе Герберта, кроме прочих наук, учили счету с применением счетной доски—абака, усовершенствованного путем замены пустых жетонов, каждый из которых имел значение единицы, на жетоны с написанными на них цифрами. В то время существовало много способов счета. Среди приверженцев сложившихся разнообразных традиций счета основное место занимали две враждующие партии: абакистов и алгоритмиков. Первые в основном отличались требованием обязательного использования абака и 12-ричной римской нумерации. Алгоритмики пользовались письменным обозначением индусских цифр, некоторые из них вводили знак нуля, счет вели на бумаге, применяли 60-ричные дроби. В спорах формировались системы счисления и приемы арифметического счета, все более близкие к привычным нам системам и приемам.

Через столетие, в XII—XIII вв., появились в Европе первые университеты. Самыми ранними университетами были итальянские в Болонье, Салерно и других городах. Вслед за ними были открыты университеты в Оксфорде и Париже (1167), Кембридже (1209), Неаполе (1224), Праге (1347), Вене (1367) и т. д. Это были учебные заведения, безраздельно подчиненные церкви. Во главе университетов стояли отцы-настоятели (ректоры), во главе факультетов— деканы. Студенты сначала обучались на подготовительном факультете искусств (артистическом), затем переходили на один из основных факультетов: богословский, юридический или медицинский.

Математика входила составной частью в семь свободных искусств (*artis liberalis*), изучавшихся на факультете искусств. Весь цикл этих искусств распадался на два концентра. Первый, составлял тривиум:

грамматика, риторика, т. е. искусство устно выражать мысли, и диалектика, или умение вести спор. Вторым концентром — квадриумом, включал в себя арифметику, геометрию, астрономию и музыку, т. е. теорию гармонических интервалов. Уровень математических познаний выпускников университетов был низок; во многих европейских университетах вплоть до XVI в. от лиц, претендовавших на звание магистра, по математике требовалась только... клятва, что он знает шесть книг евклидовых «Начал». Так как университеты были подчинены реакционным устремлениям церкви, то школьная наука (схоластика) вырождалась в бесплодные умствования и споры, оправдывая тот позднейший смысл, который вкладывается поныне в слово «схоластика». Система средневекового образования в течение нескольких веков была необходимой, но недостаточной предпосылкой развития математической науки.

При таком положении дел, естественно, математические знания не совершенствовались в европейских учебных заведениях. Они привносились извне. В малой части это были сохраненные остатки математики римлян, или греческо-византийских государств. В большей же части научные знания приобретались путем перевода сочинений с арабского языка на латинский. Таким путем европейцы познакомились с «Началами» Евклида, «Альмагестом» Птолемея и другими трудами античных математиков, с рядом сочинений математиков Средней Азии и Ближнего Востока. Деятельность переводчиков иногда бывала очень активной. Так, Жерар (1114—1187) из Кремоны перевел с арабского более 80 сочинений. Однако, поскольку книги существовали только в рукописном виде в ограниченном числе экземпляров, а число достаточно подготовленных для их понимания людей было незначительным, то переоценивать значение этой работы не приходится.

Некоторое оживление в математике наступило в XIII в. в связи с двумя факторами: борьбой против схоластики и богословия, начатой Роджером Бэконом (1214—1294), и математическими трудами Леонардо Пизанского (ок. 1200 г.). Первый из них в своей резкой критике противопоставлял догматам, основанным на вере, опыт как единственный источник научного познания. В центре всей опытной науки находятся, по Бэкону, физико-математические знания. Вообще все науки основаны на математике и их истины имеют ценность лишь постольку, поскольку они выражены числом и мерой, т. е. в математической форме. Математика в философских воззрениях Бэкона является азбукой всей натуральной философии, т. е. всего естествознания. Роль математики повышалась в связи с ростом прогрессивных сил в философии.

Заслуги Леонардо в математике были совсем другого рода. Он получил хорошее математическое образование в Алжире, где жил его отец — один из торговых представителей богатого и сильного итальянского города Пизы. По торговым делам Леонардо объездил Сирию, Северную Африку, Испанию, Сицилию, пополняя свои знания при любой возможности. Около 1202 г. он написал «Книгу об абаке». Эта книга является подлинной энциклопедией математических знаний народов, живших на берегах Средиземного моря. Более 200 лет она являлась непревзойденным образцом математических сочинений для европейцев и подготавливала новые успехи математики в эпоху Возрождения.

В «Книге об абаке» 15 отделов. В первых семи изложены исчисление целых чисел по позиционной десятичной системе и операции с обыкновенными дробями. Отделы 8—11 содержат приложения к коммерческим расчетам: простое и сложное тройное правило, пропорциональное деление, задачи на определение монетных проб. Разнообразный набор задач, решаемых с помощью простого и двойного ложных положений, суммированием арифметических прогрессий и квадратов натуральных чисел, нахождением целочисленных решений неопределенных уравнений первой степени, составляет отделы 12 и 13. Предпоследний, 14-й отдел посвящен вычислению квадратных и кубических корней и операциям с «биномиями». Завершается «Книга об абаке» 15-м отделом, содержащим краткое изложение алгебры и альмукабалы, близкое к алгебре Хорезми, а также задачи на непрерывные числовые пропорции и геометрические задачи, сводящиеся к приложению теоремы Пифагора.

Другое сочинение Леонардо «Практическая геометрия», написанное около 1220 г., посвящено измерению площадей многоугольников и объемов тел вплоть до объема шара. Доказательства теорем взяты из работ Евклида и Архимеда; встречаются задачи, свидетельствующие о знании Леонардо начал тригонометрии. Известно еще одно сочинение Леонардо — по теории чисел. В нем идет речь о свойствах чисел. Наконец, сохранились сведения об участии Леонардо в публичных состязаниях по математике и о решении им трудных задач. В наши дни его имя носят возвратные последовательности.

Время, протекшее после работ Леонардо вплоть до эпохи Возрождения (XV—XVI вв.), в историю математики не внесло как будто ярких идей, больших открытий, коренных преобразований. Их не любят математики, мало на них останавливаются. Однако в эти «вспомогательные» столетия в математике происходил интересный и малоизученный процесс накопления предпосылок. Математические знания распространялись среди все более широких кругов ученых. Идеи и результаты, накопленные в сочинениях Леонардо и других математиков, содержание переводимых книг античных авторов, наличие большого числа поставленных и осознанных, но еще не решенных теоретических и практических задач — все это влекло к новому научному подъему. Духовный гнет — естественное следствие гнета экономического и политического. Государи и князья, светские и церковные, задерживали прогрессивные стремления всеми средствами: угрозами, преданием анафеме и физическим уничтожением мужественных борцов будущего.

В этих условиях наметились два главных направления развития математики, в которых последняя достигла наибольших успехов. Это были: серьезное усовершенствование алгебраической символики и оформление тригонометрии как особой науки.

Еще современник Леонардо генерал доминиканского монашеского ордена Иордан Неморарий (род. 1237 г.) изображал с помощью букв произвольные числа. Впрочем, буквенного исчисления из этого не получилось, так как результат любой операции над двумя буквами обязательно обозначался третьей буквой.

Профессор Парижского университета Николай Орезм (1328—1382) обобщил понятие степени, введя дробные показатели степени, правила производства операций над ними и специальную символику, предвзяв фактически идею логарифма. Кстати заметим, что в одном из своих сочинений Орезм вводит долготу и широту в плоском прямоугольнике и использует введенные таким образом ранние формы прямоугольных координат для графического изображения интенсивности физических явлений в зависимости от времени. При этом он отмечал, что изменение близости от экстремумов самое медленное.

В конце XV в. бакалавр Парижского университета Н. Шюке, помимо дробного показателя степени, ввел также отрицательные и нулевые показатели, отрицательные числа, а также внес усовершенствования в алгебраическую символику. В этой символике нет еще специального символа для неизвестного, а большинство символов образовано путем сокращения слов (синкопическая алгебраическая символика).

Большой вклад в формально-символическое усовершенствование алгебры внесли в XV и XVI вв. коссисты — математики Южной Германии, воспринявшие эти идеи из Италии. Название коссистов происходит от итальянского слова *cosa*, т. е. вещь, как обозначалось неизвестное в уравнениях. Они разработали несколько систем символов, все более удобных для записи математических действий, а некоторые из них высказали в своих сочинениях идеи, близкие к понятию логарифма.

Какое бы, однако, большое значение ни имела сложившаяся в средние века тенденция совершенствования формы, решающей роли в дальнейшем развитии алгебры и вообще математики она иметь не могла. Новый шаг был связан с успехами в алгоритмически-оперативной части, связанной с решением нового класса алгебраических уравнений — кубических, о чем речь будет идти ниже.

Успехи тригонометрии, о которых мы выше упоминали, явились следствием развития астрономии. Тригонометрия по существу почти все средние века являлась частью астрономии, культивировавшейся не столько в силу своего естественнонаучного значения, сколько в силу необходимости составления астрологических гороскопов. Факты тригонометрии были восприняты, как и другие факты математики, в большинстве при переводе научных трактатов с арабского языка. При этом в поле зрения европейских математиков оказывались достижения астрономов и математиков как античной Греции, так и более поздней арабской науки.

В XV в., когда дальние плавания стали возможны, когда изученный мир стал расширяться и представления о нем быстро изменяться, ломая застывшие схоластические представления, резко возрос интерес к астрономии. Это была пора, непосредственно предшествующая открытию Америки (1492), первому плаванию вокруг Африки (1498), первому кругосветному плаванию (1519), открытию и доказательству гелиоцентрической теории Коперника (1473—1543). Для тригонометрии наступили счастливые времена. И вот, наконец, в 1461 г. появилось сочинение «Пять книг о треугольниках всякого рода», в котором впервые тригонометрия была отделена от астрономии и трактована как самостоятельная часть математики. Написал его немецкий математик Иоганн Мюллер (1436—1476), более известный под именем Региомонтанус (латинизированная производная от названия городка Кенигсберга, откуда он происходил).

В этой книге систематически рассмотрены все задачи на определение треугольников, плоских и сферических, по заданным элементам. При этом Региомонтанус расширил понятие числа, включив в него иррациональность, возникающую в случае геометрических несоизмеримостей, и прилагая алгебру к решению геометрических задач. Тем самым была существенно нарушена античная традиция и открыто новое понимание предмета тригонометрии и ее задач.

Региомонтан продолжил начатую ранее другими учеными работу по составлению таблиц тригонометрических функций. Его таблица синусов имела частоту через каждую минуту и точность до седьмого знака. Для этого величину радиуса образующей окружности он брал равной 10^7 , так как десятичные дроби еще не были известны. Он ввел в практику тригонометрические функции, получившие в XVII в. названия тангенса и котангенса, составив таблицу их значений.

Подведем итоги, не умножая количество примеров. В течение V—XV вв. в Европе постепенно сложилась система обучения, включавшая в себя математику, — система, через которую регулярно пополнялся слой образованных людей. Ученые, интересовавшиеся математикой, и студенты университетов усваивали достижения античной Греции, Византии, арабоязычных народов Ближнего Востока и Средней Азии через посредство широко распространенной практики перевода арабских рукописей научного содержания на латинский язык — универсальный язык науки средневековья. Математика развивалась в связи с практическими запросами техники и мореплавания, в связи с чем вначале медленный темп научной жизни к концу рассматриваемого периода заметно ускорился. Большое стимулирующее воздействие на развитие математики оказали прогрессивные течения средневековой философии, идеологическая борьба против засилья церк-

ви, феодалов, против застывших схоластических догм, освящаемых авторитетами и политикой светских и духовных репрессий. Определение места математики в системе наук как азбуки естествознания, или, как последнее иначе называли, натуральной философии, стабилизировало ее положение и ускорило процесс создания в математике фундамента основных знаний, накопления предпосылок для новых успехов. Совокупность воздействующих на математику факторов оказалась таковой, что в ней определились наибольшие успехи в создании формально-символической стороны алгебры и в тригонометрии. Был также высказан и пущен в научный обиход, особенно в XV—XVI вв., ряд мыслей, имеющих большое значение для последующего: обобщение понятия числа, обобщение понятия степени, предвестники систем логарифмов. Необходим был практический успех, хотя бы небольшой, но практический, чтобы вся масса накопленных предпосылок пришла во все ускоряющееся движение.

Математика средневековой Руси. Под средневековой Русью мы здесь понимаем весь комплекс русских княжеств, ведущую роль в котором играли: Киевская Русь (X—XII вв.), Владимирско-Суздальское княжество (XII—XIII вв.), Новгород (XIII—XV вв.). Тяжелая историческая судьба наших русских земель повела к тому, что число непосредственных свидетельств состояния наук в эти времена на Руси резко уменьшилось. Задача пополнения источников исследования и детального изучения уже добытых археологами, этнографами и историками данных является актуальной и еще не решенной. Наличные материалы позволяют дать следующую общую характеристику первых этапов развития математики у нас на Родине.

Уже в начале X в. на Руси существовала письменность. Тесные связи с Византией способствовали ускоренному приобретению знаний. Математическое, в частности, образование находилось на уровне европейского. При дворе киевского князя Владимира Святославича (род. 1015) было налажено обязательное книжное учение придворных. При Ярославе Мудром (978—1054) действовала школа. От того времени до нас дошли замечательные литературные и общекультурные памятники: «Русская правда», «Повесть временных лет», «Слово о полку Игореве», разнообразные летописи. Архитектурные памятники и археологические раскопки дают все новые подтверждения относительно высокого уровня техники и культуры в русских княжествах.

Практические хозяйственно-технические математические сведения и расчеты записывались с помощью десятичной алфавитной системы нумерации, сходной с греческой алфавитной системой. К слову заметим, что эта старославянская нумерация используется и в наши дни в церковных книгах. Эта система практически не ограничивала величины чисел. В документах встречаются иногда и очень большие числа, для которых существуют особые названия. В обычном, «малом», счете 10 называлось неведием, позднее — тьмой, 10^5 — легион, 10^6 — леандр. Подругой системе, «великого» счета, тьмой называли 10^6 , легион — 10^{12} , леандр — 10^{24} , ворон — 10^{48} , колода — 10^{96} или 10^{49} , после чего простодушный летописец заявлял: «Сего же числа неть больше».

Помимо вычислений практического характера, очень рано начинают встречаться теоретические вопросы и задачи, составленные числолюбцами. Древнейшей сохранившейся специально математической рукописью являются записи Кирика, новгородского дьякона, датируемые точно 1134 г. Примерами таких задач, собранных из разных рукописей, являются:

а) Вычисление, сколько месяцев, недель, дней и часов протекло от сотворения мира (по православным верованиям, к 1134 г. истекло 6642 года);

б) Задачи на вычисление прогрессий, образуемых с помощью соображений о прогрессирующем приплоде стад;

в) Вычисление размеров Земли, Солнца и Луны по данным измерений Эратосфена (III в. до н. э.) и связанное с этим приближенное вычисление числа $\pi=3,125$.

г) Трудная теоретико-числовая задача о вычислении дат религиозного праздника пасхи. Последний наступает, как известно, в первое воскресенье после весеннего полнолуния. Весенним считается полнолуние между 21 марта и 18 апреля. Задача состоит в сравнении периодических шкал солнечных лет, лунных месяцев, с учетом Метонова цикла (19 солнечных лет = 235 лунным месяцам), семидневных периодов недели, периодов обращения Земли и Луны вокруг Солнца. Получается сложная периодичность дат праздника и связанных с ним постов, длительностью в 532 года (великий индиктион). Мы ее здесь освещать не будем; отошлем интересующихся к обстоятельному сочинению Л. В. Черепнина «Русская хронология» (М., 1944).

Общий со всеми государствами ход развития науки и культуры на Руси был насильственно прерван в первой половине XIII в. из-за нашествия татар (Батый, 1240) и крестоносцев (1242 — битва на Чудском озере). Русский народ истекал кровью, но отстоял свою государственную и национальную самостоятельность. Битва на Куликовском поле в 1380 г. была началом конца татарского ига; оно окончательно было свергнуто к 1480 г. Однако нападения иностранных интервентов и болезненный процесс ломки феодального уклада и становления единого многонационального государства в период с XVI до XVIII в., т. е. до времени царствования Петра I, еще сильно задерживали рост хозяйства, культуры и науки. Определилось длительное отставание нашей Родины от европейских стран и в области математики.

Математика эпохи Возрождения. Математика и естествознание вообще в XV—XVI вв. в Европе развивались в обстановке бурных изменений, связанных в своей экономической основе с начавшимся раз-

ложением феодального общества и установлением буржуазно-капиталистических отношений. Изменения происходили в промышленности, выливаясь в форму мануфактур с характерным для них разделением труда и введением машин и технических усовершенствований. Невиданное ранее развитие стали получать торговые связи и мореплавание, сопровождаемые великими географическими открытиями. В политическом отношении изменения состояли, в основном и главным, в том, что мощь и влияние феодального дворянства были сломлены под напором королевской власти при поддержке горожан и образованы крупные, по существу национальные монархии. Наконец, расцвет культуры и искусства в Италии, Франции и других странах, изобретение книгопечатания (в середине XV в.) определили совершенно новый уровень умственных запросов и занятий все распространяющегося круга людей.

Как мы показали выше, важнейшие достижения математиков средневековой Европы относились к области алгебры, к усовершенствованию ее аппарата и символики. Региомонтан обогатил при этом понятие числа, введя радикалы и операции над ними. Это позволяло ставить проблему решения возможно более широкого класса уравнений в радикалах. И в этой именно области были достигнуты первые успехи — решены в радикалах уравнения 3-й и 4-й степени.

Значительные результаты математики, когда созревают необходимые и достаточные условия для их появления, начинают буквально «носиться в воздухе» и служить предметом занятий многих ученых. С 1539 г. кубическими уравнениями начинает заниматься Кардано (1501 — 1576). Услышав об открытии Тарталья, он приложил много усилий, чтобы выманить тайну у осторожного и недоверчивого Тарталья и украсить этим результатом задуманную книгу «*Ars magna...*», т. е. «Великое искусство, или о правилах алгебры». В конце концов это удалось; затем Кардано собственными усилиями устранил неполноту сообщенных сведений, и книга появилась в 1545 г.

Это большое сочинение (40 глав) содержит не только правила алгебраических операций и приемы нахождения уравнений первых трех степеней, но и элементы общей теории алгебраических уравнений. Так, Кардано ввел регулярный способ сведения полного кубического уравнения к виду, в котором отсутствует член с квадратом неизвестного и распространил его на уравнения 4-й степени. Кардано включил в свою книгу и метод решения уравнений 4-й степени путем сведения задачи к кубической резольвенте, открытый его учеником Л. Феррари (1522—1565).

Столь быстрые и поразительные успехи в нахождении формулы решения уравнений 3-й и 4-й степени поставили перед математиками проблему отыскания решений уравнений любых степеней. Огромное число попыток, усилия виднейших ученых не приносили успеха. Задача с течением времени преобразовывалась и стала трактоваться как задача о возможности или невозможности решения алгебраических уравнений степени $n^{\wedge}b$ в радикалах. В поисках решения этой проблемы протекло около 300 лет. Только в XIX в. Абель (1802—1829) доказал, что уравнения степени > 4 , вообще говоря, в радикалах не решаются. Галуа связал с каждым уравнением специальную группу подстановок его корней — группу Галуа, и свел проблему к исследованию структуры этой группы, ее разрешимости. В следующем семестре мы остановимся подробнее на этом вопросе, так же как и на более общей постановке задач теории Галуа: выразить рационально корни заданного уравнения через корни другого, более простого уравнения.

На пути создания общей теории алгебраических уравнений и способов их решения стояли еще два препятствия: сложность, неудобство получаемых формул и неразъясненность неприводимого случая. Первое составляло чисто практическое неудобство. Его Кардано устраняет, предлагая находить корни уравнений приближенно с помощью правила двух ложных положений, известного еще от египтян и по существу применяемого и в наши дни в виде простой, или линейной, интерполяции. Второе препятствие имеет более глубокие корни, а попытки его преодоления повели к весьма важным следствиям.

Плодотворная и смелая попытка справиться с неприводимым случаем принадлежит итальянскому математику и инженеру Р. Бомбелли из Болоньи. В сочинении «Алгебра» (1572) он ввел формально правила действий над мнимыми и комплексными числами. На конкретном примере Бомбелли показал, что в неприводимом случае вещественный корень получается как сумма двух комплексных чисел.

Рост содержания математических знаний всегда тесно связан с развитием математической символики. Последняя, когда она достаточно хорошо отражает реальную сущность математических операций, активно воздействует на математику и сама приобретает оперативные свойства. В истории математики историю символов можно уподобить истории орудий труда, по которым можно многое восстановить и понять.

В рассматриваемое нами время происходил быстрый переход от словесной (риторической) алгебры к алгебре символической путем сокращения (синкопирования) слов, а затем введения символов. Единую систему алгебраических символов, последовательно проведенную, первым дал, по-видимому, Виета.

Появление буквенного алгебраического исчисления являлось одной из сторон более общего и глубокого явления в истории математики — возникновения алгебры как общей науки об алгебраических уравнениях. Сочинения и взгляды Виеты хорошо передают этот переломный момент.

Франсуа Виета (1540—1603) — французский математик, юрист по образованию и роду деятельности. Во время педагогических занятий в одной влиятельной семье у него возник план новой астрономической системы, долженствующей заменить неточную, по его мнению, систему Коперника. В связи с этим замыслом Виета положил много сил на усовершенствование тригонометрии и достиг замечательных успе-

хов. Блестяще образованный Виета быстро продвигался по служебной лестнице, и наконец сделался близким советником и придворным ученым французских королей Генрихов III и IV. Будучи с 1584 по 1589 г. отстраненным от придворных дел вследствие происков политических противников, он употребил свой досуг на написание главного труда своей жизни «Введение в искусство анализа» — огромного и чрезвычайно обстоятельно написанного сочинения по новой алгебре. Труд:) тот выходил с 1591 г. частями, в значительной части после смерти автора и не был полностью завершен.

Замысел Виеты определялся следующими соображениями: крупные успехи итальянских математиков в решении уравнений 3-й и 4-й степени опирались на высокую эффективность алгебраических приемов. Но число отдельных видов алгебраических уравнений угрожающе быстро росло, достигая, например, у Кардано 66; каждый из этих видов требовал особых приемов. Необходимо было найти общие методы подхода к решению алгебраических уравнений; последние тоже должны рассматриваться в возможно более общем виде с буквенными коэффициентами. Кроме того, необходимо было сочетать эффективность алгебраических приемов со строгостью античных геометрических построений, хорошо знакомых Виете и представлявших, по его мнению, образцы подлинно научного анализа.

Исчислению Виеты предшествует арифметика, оперирующая с числами: *logistica numeralis*. Исчисление букв получает название *logistica speciosa* от слова *species* — член математического выражения. Исчисление распадается на: зететику — искусство решения уравнений; пористику — искусство доказательства правильности полученных решений; экзететику — общую теорию уравнений. Все величины обозначены буквами: неизвестные — гласными, известные — согласными. Числа — безразмерны, положительны, рациональны (в случаях иррациональностей Виета переходит на язык геометрии), величины же имеют размерность. Это геометрическое влияние на концепцию величины усиливается специальной терминологией: первая степень величины называется *latis* (сторона), вторая — *planum* (площадь), третья — *so-lidum* (тело). Далее следуют плоско-плоские, плоско-объемные, объемно-объемные и т. д. величины. Сложение и вычитание производятся над одноразмерными величинами. Последние, впрочем, допускается подравнивать в размерности путем умножения на единицу длины. Умножение и деление вызывают изменение размерности. Эти идеи Виеты в его время отражали наличие непреодоленного еще разрыва между числами и величинами. Позднее выяснилось, что они явились предтечей ряда математических исчислений: векторного, тензорного, грассмановой алгебры.

В сочинениях Виеты подводится своеобразный итог математики эпохи Возрождения. Особенно отчетливо эта особенность проявляется в его алгебраических трудах. В них подробно и обстоятельно изложены сведения об уравнениях 1—4-й степеней. Общий характер записи позволяет Виете все изложение строить не как собрание рецептов, а как общую теорию уравнений. При решении уравнений Виета разыскивает положительные корни. С помощью преобразования он подходит к проблеме нахождения отрицательных корней. Развивая результаты Кардано, Виета высказывает ряд теорем о взаимозависимости корней уравнений и их коэффициентов, включающих частные случаи теоремы, известной ныне под его именем. Полностью предложение о зависимости коэффициентов и корней уравнений было сформулировано Гэрриоттом и А. Жираром и опубликовано последним впервые в 1629 г.

Алгебра Виеты была еще несовершенной и имела крупные недостатки. Ее очень утяжеляла видовая трактовка величин, обладающих размерностью. В ней нет общей трактовки степеней, все степени натуральные. Принципиальное разделение чисел и алгебраических величин не позволяло ему употреблять радикалы для величин, а лишь для чисел и т. п. Ее скоро вытеснила алгебра Декарта, о которой речь будет идти ниже. Однако известно, что Ферма, например, изучив алгебру Виеты, придерживался ее формы, когда строил аналитическую геометрию. К тому же, нам представляется оправданным предположение, что параллелизм между свойствами уравнений и геометрическими построениями, регулярно проводимый Виетой, сыграл свою роль в формировании идей аналитической геометрии в XVII в. То, что представляло геометрический рудимент в формирующейся алгебре Виеты и других математиков XVI в., послужило исходным пунктом развития новой математической науки — аналитической геометрии — в руках ученых XVII в.

Сопоставление алгебраической и тригонометрической задачи, отмеченное при решении кубического уравнения, не было для Виеты случайной находкой, эпизодом. Виета, как-было уже сказано, проявил интерес к алгебре именно в силу ее пригодности и даже необходимости для задач тригонометрии и астрономии. В дальнейшем тригонометрические и алгебраические труды и результаты следуют одновременно, нередко переплетаясь. Виета не ограничился определением всех элементов плоского или сферического треугольника по трем данным элементам. Ему принадлежат разложения тригонометрических функций кратных дуг посредством последовательного применения формул для синуса и косинуса суммы двух углов. После смерти Виеты стали известны многие его рекуррентные формулы.

Несколько странное впечатление оставляет то, что подобные крупные результаты тригонометрии достигнуты при недостаточно общем определении тригонометрических функций как отношений сторон прямоугольного треугольника без намека на введение производящей окружности. Так часто бывает в истории; результаты сначала появляются, а потом осмысливаются и получают удовлетворительную общую трактовку.

На примере работ Виеты мы показали, что в европейской математике к концу XVI в. сформировалась алгебра как наука о решении уравнений. Последняя содержала полный запас методов решения уравнений первых четырех степеней. Алгебраисты завершили символическое оформление своей науки и пробовали формулировать и решать проблемы общей теории алгебраических уравнений. Тригонометрия отделилась от астрономии, ее результаты получили достаточную степень общности. Полностью освоено учеными геометрическое наследие древних. Математика постоянных величин к концу XVI в. завершала цикл своего формирования. В ней еще многое было недоделано, было неясно, хотя она представляла уже достаточно полный круг знаний, охваченных единой системой. Конечно, доделки и усовершенствования элементарной математики идут и в наши дни. Но на повестку дня математической науки XVII век поставил другие задачи. Центр тяжести научных исследований сместился в область переменных величин. В математике наступал новый период.