Традиционно сложилось так, что ***значительное место в содержании курса математики начальных классов всегда отводилось решению текстовых задач.***

На разных этапах развития начального математического образования проблема обучения решению текстовых задач всегда была одной из самых актуальных, так как ***умение решать текстовые задачи – это один из основных показателей уровня математического развития младшего школьника***.

Следует отметить, что в настоящее время текстовым задачам отводится ведущая роль в начальном курсе математики. Если в ***Государственном образовательном стандарте 2004 года в содержании изучаемой дисциплины было только указано: «Решение текстовых задач арифметическим способом (с опорой на схемы, таблицы, краткие записи и другие модели)»***. То в ФГОС НОО, введенном в 2011 году, выделяется отдельный раздел «Текстовые задачи», в ходе изучения которого должны быть сформированы как ***общее умение решать текстовые задачи, так и умение решать задачи отдельных видов***. Особое внимание уделяется ***оценке умения учащихся осознанно работать с условием задачи***. В итоговых работах ***впервые предлагаются комплексные задания повышенной сложности***, ***требующие от ученика умения интегрировать знания из различных разделов программы*** для решения поставленной задачи.

В соответствии с ФГОС 2-го поколения в области математики ***формируются*** следующие предметные универсальные учебные действия ***(УУД***):

1. использование начальных математических знаний для объяснения и описания окружающих явлений, процессов, предметов, а также оценки их пространственных и количественных отношений;

2. овладение основами алгоритмического и логического мышления, математической речи и пространственного воображения, пересчета, измерения, оценки и прикидки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов;

3. приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-практических и учебно-познавательных задач;

4. ***умение выполнять письменно и устно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, умение действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, работать с графиками, таблицами, схемами, анализировать, представлять и интерпретировать данные.*** [18; с.11-12]

Одним из эффективных средств формирования всех вышеперечисленных УУД являются математические задачи и их решение.

Умения:

- анализ условия задачи, в результате которого происходит установление связи между данными и искомыми,
- описывать предметные ситуации и переводить их на язык схем и математических символов (наглядная интерпретация задачи, запись краткого условия, форма записи решения задач),
- составление обратных задач,
- работа над задачей после ее решения и прочее.

Обучение решению задач – специально организованное взаимодействие учащихся и учителя, целью которого является формирование у учащихся умения решать задачи (С.Е. Царева).

Обучение же решению задач различными способами имеет особое значение, так как, решая задачу различными способами, «…мы раскрываем возможность различных способов рассуждений, которые приводят к одному и тому же результату, возможность сравнения этих способов, и развивающий эффект задач зависит как от числа решенных задач, так и от того, какие задачи мы решаем и как мы их решаем» (А.А. Столяр). Эта мысль подчеркивает главные направления организации деятельности учащихся в процессе решения задач: ***раскрытие процесса поиска решения задачи, формирование необходимых для этого умений и способов действий***.

ПОНЯТИЕ ТЕКСТОВОЙ ЗАДАЧИ

Термин «задача» используется в жизни и в науке очень широко. Этим термином обозначаются очень многие и различные понятия. Анализ информационных источников показал, что до настоящего времени ***нет общего определения понятия «задача»***. Для текстовой задачи различные авторы предлагают следующие определения:

- Задача - это то, что требует разрешения, исполнения (Ожегов С.И.).
- Задача – сформулированный словами вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий (Моро М.И., Пышкало А.М.),
- Любая задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в ней (Фридман Л.М., Турецкий Е.Н.).
- Арифметическая задача - требование найти числовое значение некоторой величины, если даны числовые значения других величин и существует зависимость, связывающая эти величины, как между собой, так и с искомой (Богданович М.В.).
- В окружающей нас жизни возникает множество таких ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения арифметических действий над ними, – это задачи (Бантова М.А.).
- Текстовые арифметические задачи - это задачи, имеющие житейское, физическое содержание и решаемые с помощью арифметических действий (Дрозд В.Л.)

- Текстовая задача – математическая задача, в которой есть хотя бы один объект, являющийся реальным предметом. Она представляет собой словесную модель явления, процесса, ситуации, события и т. п. Как в любой модели, в текстовой задаче описывается не всё явление или событие, а лишь его количественные и функциональные характеристики (Т.Е. Демидова, А.П. Тонких)
- ***Текстовая задача – это описание некоторой ситуации (ситуаций) на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между его компонентами или определить вид этого отношения*** (Стойлова Л.П., Пышкало А.М.).

В начальном же курсе математики понятие «задача» обычно используется тогда, когда речь идет об арифметических задачах. Они сформулированы в виде текста, в котором находят отражение количественные отношения между реальными объектами (Истомина Н.Б.)

В методической литературе представлены ***различные классификации текстовых задач***. Рассмотрим некоторые из них.

- ***По характеру требований:***

1) на нахождение искомого;
2) на доказательство или объяснение;
3) на преобразование и построение.

- ***По характеру условия задачи:***

1. определенная;
2. неопределенная;
3. переопределенная.

- ***По числу действий, выполняемых для их решения:***

1. простая;
2. составная.

В школьном курсе математики Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий выделяют различные виды задач. (подробно каждый вид будет рассмотрен познее)

Каждая задача – это единство условия и цели (задания и вопроса задачи). Если отсутствует один из этих компонентов, то отсутствует и сама задача. Это важно иметь в виду для проведения анализа текста задачи с соблюдением такого единства. Анализ условия задачи необходимо соотносить с вопросом задачи и, наоборот, вопрос задачи анализировать направленно с условием. Их нельзя разрывать, потому что они составляют единое целое [1; с. 48]. ***Система взаимосвязанных условий и требований - это «взыскательная модель задачи***».

Текстовые задачи имеют следующую ***структуру:***

1. **Условие – то, что известно**. В условии сообщается информация об объектах и величинах, которые характеризуют данные объекты, об

неизвестных и известных значениях данных величин и отношения между ними. Может содержать несколько элементарных условий.

2. ***Требование (или вопрос) - то, что нужно найти.*** В учебниках математики начальной школы требования могут быть представлены в виде вопросительного (Чему равна площадь участка?) или повествовательного (Найти площадь участка) предложения.

Например, *задача:* «На одном тракторе колхозное поле можно вспахать за 15 дней, а на другом – за 20 дней. На вспашку поставили оба трактора. За сколько дней будет вспахано поле?»

Условие задачи: «На одном тракторе колхозное поле можно вспахать за 15 дней, а на другом – за 20 дней. На вспашку поставили оба трактора». Здесь описываются отношения между тремя величинами: производительностью труда, объемом работы и временем выполнения работы.

Требование задачи: «За сколько дней будет вспахано поле?» Здесь указывается, что нужно найти одно из неизвестных значений величин: время совместной работы. Данное требование сформулировано в вопросительной форме, но может быть и в повелительной: «Найти число дней, за которое будет вспахано поле».

3. Решение задачи.

На первый взгляд может показаться, что вопрос «Что значит решить задачу?» не нуждается в обсуждении. Это не так. Термин «решение задачи» употребляется в достаточно большом наборе различных ситуаций из жизни и в учебном процессе.

По мнению Н.Б. Истоминой можно рассматривать только два аспекта термина «решение задачи»:

решение задачи –

- ***решение как результат (число, ответ);***
- ***решение как процесс нахождения ответа.***

Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий рассматривают три аспекта термина «решение задачи» :

решение задачи –

- вся деятельность человека, решающего задачу, от чтения условия до записи ответа;
- действия над условиями и их следствиями для получения ответа задачи;
- ответ задачи.

С.Е.Царева считает, что термином «решение задачи» мы пользуемся в различных смыслах:

1) обозначаем процесс перехода от условия к выполнению требования задачи, т. е. к ответу на вопрос задачи, или процесс выполнения плана решения;

2) обозначаем запись результата в процессе решения (результат);

3) записываем сам результат, то есть ответ на требование;

4) показываем способ, метод перехода от условия к выполнению требования задачи».

4. ***Ответ.***

Процесс решения задачи – это переход от условия задачи к ответу на ее вопрос (к выполнению требования). Ответ на вопрос задачи или вывод о выполнении требования – результат процесса решения задачи. Иногда результатом решения может быть вывод о невозможности получения ответа на вопрос задачи (о невозможности выполнения ее требования).

«Каждый этап решения – это сложное умственное действие, входящее в состав еще более сложного решения – решения задачи. Тогда каждый «прием выполнения» - это операция или совокупность операций соответствующего действия» (В.А. Лебединцева).

При решении задачи выделяются следующие этапы работы:

1. ***Анализ задачи***
2. ***Поиск плана решения***
3. ***Решение задачи***
4. ***Проверка***.

Задачи и их решения играют в обучении младших школьников весьма существенное место и по времени, и по их влиянию на умственное развитие ребенка, позволяют формировать универсальные учебные действия, решают образовательные, развивающие и воспитательные цели. Они дают возможность связать обучение с жизнью, теорию с практикой, формируют такие практические умения, которые необходимы каждому человеку в повседневной жизни (подсчитать стоимость покупки, вычислить в какое время надо выйти, чтобы не опоздать на поезд и т.п.), помогают углубить и расширить представления о реальной действительности.

Задачи являются важным средством развития у детей логического мышления, формирования умения проводить анализ и синтез, обобщать, абстрагировать и конкретизировать, раскрывать связи, существующие между рассматриваемыми явлениями. Они развивают смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык, готовит школьников к дальнейшему обучению.

Решение задач способствует воспитанию воли, настойчивости, терпения, воспитывает у учащихся многие положительные качества характера: (трудолюбие, доброту и т.п.), через тексты задач развивают их эстетически.

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Решить задачу в широком смысле - ***значит раскрыть связи между данными и искомым, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи*** (М.А. Бантова).

В методической литературе можно встретить различные классификации способов решения задач. Остановимся на классификации, которую предлагает нам Л.П. Стойлова. Она выделяет следующие ***способы решения задач:***

- ***Арифметический***. Результат решения задачи находится путем выполнения арифметических действий.
- ***Алгебраический.*** Ответ находится путем составления и решения уравнения.
- ***Графический.*** Позволяет найти ответ без выполнения арифметических действий, опираясь только на чертеж.
- ***Практический*** (*предметный)*. Ответ находится с помощью непосредственных действий с предметами.

Рассмотрим различные способы решения текстовых задач на конкретной ***задаче:***

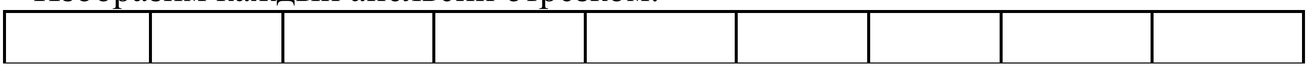
«Девять апельсинов разложили по 3 на несколько тарелок. Сколько понадобилось тарелок?»

Арифметический способ. Задачу можно решить, записав равенство: 9:3=3.

*Алгебраический способ***.** Рассуждаем: «Число тарелок неизвестно, обозначим их буквой x. На каждой тарелке 3 апельсина, значит, число всех апельсинов – $3 \cdot x$. Так как в условии известно, что число всех апельсинов 9, можно записать уравнение: $3 \cdot x=9$, $x=9:3$, $x=3$.

*Графический способ***.** Эту задачу можно решить, не имея никакого представления об арифметических действиях.

Изобразим каждый апельсин отрезком:



Практический способ. Решить задачу этим способом, также как и графическим, можно, не выполняя никаких арифметических действий, а только опираясь на жизненный опыт и владея счетом до 9. Для этого можно взять 9 апельсинов, положить 3 на одну тарелку, затем 3 на другую и т.д. Затем, посчитав количество тарелок, можно ответить на поставленный вопрос.

Н.Б. Истомина же в своей работе, помимо перечисленных способов решения, задачи выделяет следующие:

- ***схематическое моделирование;***
- ***комбинированный способ***.

Схематическое моделирование*,* в отличие от графического способа решения, ***означает лишь моделирование только связи и отношения между данными и искомыми.*** Эти отношения не всегда целесообразно представлять в виде символической модели (равенство, выражение). Моделирование текста задачи в виде схемы также иногда помогает найти ответ на вопрос задачи.

Вообще, **математическая модель - это описание какого-либо реального процесса на математическом языке.**

Математической моделью текстовой задачи является ***выражение*** (либо запись по действиям), если задача решается арифметическим методом, и ***уравнение*** (либо система уравнений), если задача решается алгебраическим методом.

В процессе решения задачи четко выделяются три ***этапа математического моделирования:***

1 этап - это перевод условий задачи на математический язык; при этом выделяются необходимые для решения данные и искомые и - математическими способами описываются связи между ними;

II этап - внутримодельное решение (т.е. нахождение значения выражения, выполнение действий, решение уравнения);

III этап - интерпретация, т.е. перевод полученного решения на тот язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Проиллюстрируем сказанное на примере решения алгебраическим методом следующей задачи: «***В одном вагоне электропоезда было пассажиров в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого вагона вышли 3 человека, а во второй вагон вошли 7 человек, то в обоих вагонах пассажиров стало поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне первоначально?***»

Обозначим через x первоначальное число пассажиров во втором вагоне. Тогда число пассажиров в первом вагоне - $2x$. Когда из первого вагона вышли 3 человека, в нем осталось $2x - 3$ пассажира. Во второй вагон вошли 7 человек, значит, в нем стало $x + 7$ пассажиров. Так как в обоих вагонах пассажиров стало поровну, то можно записать что $\mathbf{2x - 3 = x + 7}$. Получили уравнение - это математическая модель данной задачи.

Следующий этап - решение полученного уравнения вне зависимости от того, что в нем обозначает переменная x: переносим в левую часть члены уравнения, содержащие x, а в правую - не содержащие x, причем переносимых членов знаки меняем на противоположные: $2x–x = 7 + 3$. Приводим подобные члены и получаем, что $\mathbf{x = 10}$.

Последний, третий этап - используем полученное решение, чтобы ответить на вопрос задачи: во втором вагоне было первоначально 10 человек, а в первом - 20 ($10 \cdot 2 = 20$).

Наибольшую сложность в процессе решения текстовой задачи представляет перевод текста с естественного языка на математический, т.е. I этап математического моделирования. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели - схемы, таблицы и др. Тогда процесс решения задачи можно рассматривать как переход от одной модели к другой: от словесной модели реальной ситуации, представленной в задаче, к вспомогательной (схемы, таблицы, рисунки и т.д.); от нее - к математической, на которой и происходит решение задачи.

Такой подход к процессу решения задачи разделяют и психологи. Они считают, что *процесс решения задачи есть сложный процесс поиска системы моделей и определенной последовательности перехода от одного уровня моделирования к другому, более обобщенному, что решение задачи человеком есть процесс ее переформулирования*.

Модели бывают разные. Все ***модели можно разделить на схематизированные и знаковые*** по видам средств, используемых для их построения.

Схематизированные модели, в свою очередь, ***делятся на вещественные и графические*** в зависимости от того, какое действие они обеспечивают. Вещественные (или предметные) модели текстовых задач обеспечивают физическое действие с предметами. Они могут строиться из каких-либо предметов (пуговиц, спичек, бумажных полосок и т.д.), они могут быть представлены разного рода инсценировками сюжета задач. К этому виду моделей причисляют и мысленное воссоздание реальной ситуации, описанной в задаче, в виде представлений.

Графические модели используются, как правило, для обобщенного, схематического воссоздания ситуации задачи. ***К графическим*** следует отнести следующие ***виды моделей: 1) рисунок; 2) условный рисунок; 3) чертеж; 4) схематичный чертеж (или просто схема).***

Разъясним суть этих моделей на примере задачи: «*Лида нарисовала 4 домика, а Вова на 3 домика больше. Сколько домиков нарисовал Вова?»*

Рисунок в качестве графической модели этой задачи имеет вид.

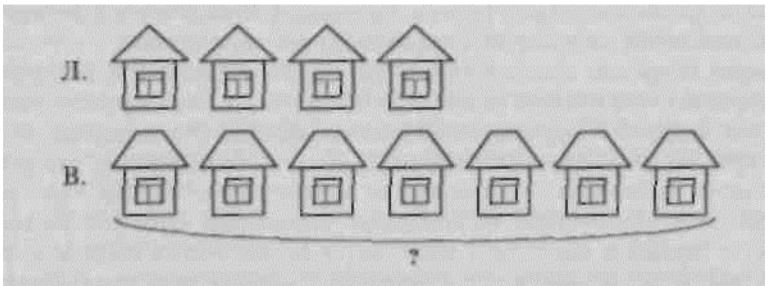


Рис. 40

Условный рисунок может быть таким

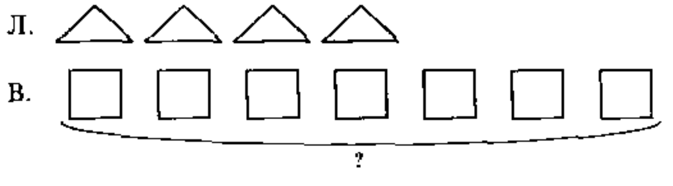


Рис. 41

Чертеж как графическая модель выполняется при помощи чертежных инструментов с соблюдением заданных отношений.

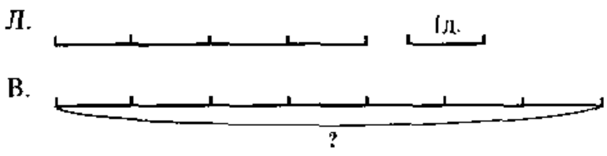


Рис. 42

Схематический чертеж (схема) может выполняться от руки, на нем выполняются все данные и искомые.

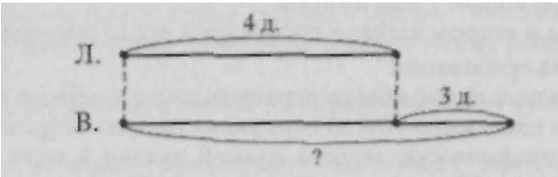


Рис. 43

Знаковые модели могут быть выполнены как на естественном, так

и на математическом языке. К знаковым моделям, выполненным на естественном языке, можно отнести краткую запись задачи, таблицы. Например, краткая запись задачи о домиках Лиды и Вовы может быть такой:

Л. – 4 д.
В. – ?, на 3 д. больше, чем

Таблица как вид знаковой модели используется главным образом тогда, когда в задаче имеется несколько взаимосвязанных величин, каждая из которых задана одним или несколькими значениями. Такие таблицы используются при решении задач на движение и другие процессы.

Знаковыми моделями текстовых задач, выполненными на математическом языке, являются: выражение, уравнение, система уравнений, запись решения задачи по действиям. Поскольку на этих моделях происходит решение задачи, их называют *решающими моделями*. Остальные модели, все схематизированные и знаковые, выполненные на естественном языке, - это *вспомогательные модели*, которые обеспечивают переход от текста задачи к математической модели.

Не следует думать, что всякая краткая запись или чертеж, выполненные для данной задачи, являются ее моделями. Так как модель - это своеобразная копия задачи, то на ней должны быть представлены *все ее объекты, все отношения между ними, указаны требования.*

Для большинства текстовых задач приходится строить различные вспомогательные модели. С одной стороны, эти модели представляют собой результат анализа задачи, но с другой - построение таких моделей организует и направляет детальный и глубокий анализ задачи.

Рассмотрим процесс решения арифметическим методом текстовой задачи о пассажирах в двух вагонах.

Предварительный анализ задачи позволяет выделить ее объекты - это пассажиры в двух вагонах поезда. О них известно, что:

1) В первом вагоне в 2 раза больше пассажиров, чем во втором.

2) Из первого вагона вышли 3 пассажира.

3) Во второй вошли 7 пассажиров.

4) В первом и втором вагонах пассажиров стало поровну.

В задаче два требования:

1) Сколько пассажиров было первоначально в первом вагоне?

2) Сколько пассажиров было первоначально во втором вагоне? Построим графическую модель данной задачи в виде схематического чертежа.

По схеме сразу видно, что математическая модель данной задачи имеет вид:

7 + 3 - это число пассажиров во II вагоне, а (7 + 3)·2 - это число пассажиров в I вагоне.

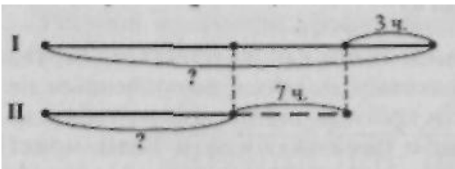


Рис. 44

Произведя вычисления, получаем ответ на вопрос задачи: во II вагоне было 10 пассажиров, а в I -20 пассажиров.

Комбинированный способ решения задачи – ***это способ, при котором ответ на вопрос задачи находится путем как бы сочетания нескольких способов решения.*** Например, при решении задачи «Сколько машин было на стоянке, если после того как из нее выехало 18 машин, осталось в три раза меньше, чем было?» мы одновременно используем схему и арифметические равенства, так как решение этой задачи только арифметическим способом очень сложно для ребенка.
Самостоятельно!

Решение:1) 18:2=9 (м.)

2) 9·3=27 (м.)

Ответ: 27 машин было в гараже.

В начальных классах часто используется разные формы ***записи решения задач: по действиям, по действия с пояснением, с вопросами, выражением.***

Но также не следует путать такие понятия как:

- решение задачи различными способами;
- различные формы записи арифметического способа решения
- решение задачи различными арифметическими способами.

Говоря об алгебраическом и арифметическом решении задачи, мы имеем дело с различными подходами к решению, связи между искомыми и данными могут быть одинаковыми. Например, ***задача: «От пристани в противоположные направления вышли два корабля. Через 2 часа они находились друг от друга на расстоянии 112 км. Один из них шел со скоростью 30км/ч. Найдите скорость другого корабля***.

Способ арифметического решения:

1) 112:2=56(км/ч),

2)56-30=26(км/ч).

Способ алгебраического решения:

Пусть х км/ч – скорость одного корабля, тогда:

(х+30)2=112,

х+30=112:2,

х+30=56,

х=56-30,

х=26.

Истомина Н.Б., Шикова Г.Г. в работе «Формирование умения решать задачи различными способами» и Н.А. Матвеева в работе «Различные арифметические способы решения задач» предлагают различные приемы и методы, которые могут помочь при формировании умения решать текстовые задачи различными способами.

Выводы.

Текстовая задача - это сформулированный словами вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий.

Решить задачу – это значит объяснить (рассказать), какие действия нужно выполнить над данными в ней числами, чтобы после вычислений получить число, которое в ней нужно узнать.

Записать решение задачи – значит с помощью цифр и знаков действий показать, что нужно сделать, чтобы найти неизвестное число, выполнить вычисления и дать ответ на вопрос задачи.

Обучение решению задач – это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, цель которого – формирование у учащихся умения решать задачи.

3. Виды текстовых задач, изучаемых в начальной школе

- Решение задач «на части»

Само название вида задач говорит о том, что рассматриваемые в них величины состоят из частей. В некоторых из них части представлены явно, в других эти части надо суметь выделить, приняв подходящую величину за I часть и определив, из скольких таких частей состоят другие величины, о которых идет речь в задаче.

При решении таких задач арифметическим методом чаще всего используют вспомогательные модели, выполненные с помощью отрезков или прямоугольников.

Задача I. Для варки варенья из вишни на 2 части ягод берут 3 части сахара. Сколько сахара надо взять на 10 кг ягод?

Решение. В задаче речь идет о массе ягод и массе сахара, необходимых для варки варенья. Известно, что всего ягод 10 кг и что на 2 части ягод надо брать 3 части сахара. Требуется найти массу сахара, чтобы сварить варенье из 10 кг ягод.

Изобразим при помощи отрезка данную массу ягод (рис. 45). Тогда половина этого отрезка представляет собой массу ягод, которая приходится на 1 часть. Сахара, по условию задачи, надо 3 таких части.

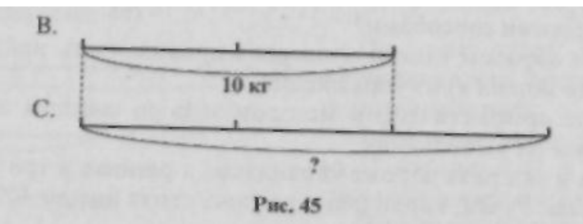


Рис. 45

Запишем решение по действиям с пояснением:

1) 10:2 = 5 (кг) - столько килограммов ягод приходится на каждую часть;

2) 5 • 3 = 15 (кг) - столько надо взять сахара.

Вспомогательную модель к данной задаче можно было выполнить при помощи прямоугольников (рис. 46).

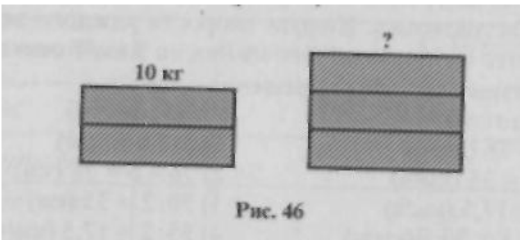


Рис. 46

Задача 2. В первой пачке было на 10 тетрадей больше, чем во второй. Всего было 70 тетрадей. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

Решение. В задаче рассматриваются две пачки тетрадей. Всего тетрадей 70. В одной пачке тетрадей на 10 больше, чем во второй. Требуется узнать, сколько тетрадей было в каждой пачке. Изобразим при помощи отрезка количество тетрадей во второй пачке. Тогда тетради в первой пачке можно представить в виде отрезка, который больше второго (рис. 47).

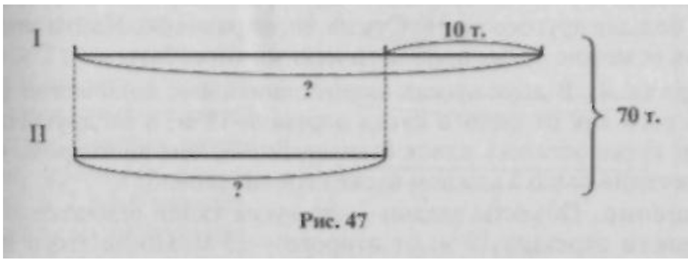


Рис. 47

По чертежу видно, что если тетради во второй пачке составляют 1 часть всех тетрадей, то тетради в первой также 1 часть и еще 10 тетрадей. Ели эти 10 тетрадей убрать из первой пачки, то в пачках тетрадей станет поровну - столько, сколько во второй пачке. Запишем решение задачи по действиям с пояснением.

70-10 = 60 (тетр.) - столько тетрадей приходится на 2 равные части, или столько было бы тетрадей в двух пачках, если бы их было поровну - столько, сколько во второй пачке.

60:2 = 30 (тетр.) - столько тетрадей приходится на I часть, или столько тетрадей было во второй пачке.

30 + 10 = 40 (тетр.) - столько тетрадей было в первой пачке.

Вспомогательная модель подсказывает и второй способ решения задачи. Если за 1 часть принять тетради в первой пачке, то чтобы во второй стало столько же, надо к ней добавить 10 тетрадей. И решение будет таким:

70+10 = 80 (тетр.)

80:2 = 40 (тетр.)

40-10 = 30 (тетр.).

Существует и третий арифметический способ решения данной задачи. Разделим 10 тетрадей пополам и одну половину оставим к первой пачке, а другую добавим во вторую. Тогда тетрадей в пачках станет поровну и можно, разделив 70 на 2 равные части, узнать, сколько тетрадей в каждой такой пачке, а затем их первоначальное количество в каждой пачке.

10:2 = 5 (тетр.) - столько тетрадей надо переложить из первой и во вторую, чтобы в них тетрадей стало поровну.

70:2 = 35 (тетр.) - столько тетрадей в каждой пачке, если из первой переложить во вторую 5 тетрадей.

35+5 = 40 (тетр.) - столько тетрадей в первой пачке.

35-5 = 30 (тетр.) - столько тетрадей во второй пачке.

Задача 3. Сумма двух чисел 96, а разность 18. Найдите эти числа**.**

Решение. В этой задаче требуется найти два числа по их сумме и разности. Так как разность искомых чисел равна 18, то одно число больше другого на 18. Получаем задачу, аналогичную задаче 2: «Одно число больше другого на 18. Сумма чисел равна 96. Найти эти числа». Решить ее можно тремя арифметическими способами.

Задача 4. В двух кусках ткани одинаковое количество материи. После того как от одного куска отрезали 18 м, а от другого 25 м, в первом куске осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Сколько метров ткани было в каждом куске первоначально?

Решение. Объекты задачи - два куска ткани одинаковой длины. От первого отрезали 18 м, от второго - 25 м. После этого в первом осталось вдвое больше ткани, чем во втором. Требование задачи - найти первоначальное количество метров ткани в каждом куске.

Изобразим куски ткани при помощи отрезков одинаковой длины, а затем покажем на них то количество ткани, которое отрезали и которое осталось. Если количество ткани, которое осталось во втором куске, - это 1 часть, то количество оставшейся ткани в первом куске - это 2 таких части. По чертежу (рис. 48) видно, что на 1 часть приходится количество ткани, которое легко найти.

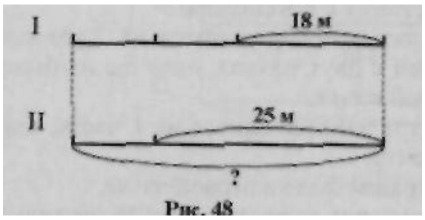


Рис. 48

Запишем найденное решение по действиям:

25-18 = 7 (м) - на столько больше ткани отрезали от второго куска, или количество ткани, которое осталось во втором куске

7 + 25 = 32 (м) - столько ткани было первоначально во втором куске (и, следовательно, в первом) куске.

- Решение задач на движение и другие процессы

Движение является темой для самых разнообразных задач, в том числе и для задач на части. Но наряду с этим существует и самостоятельный тип задач на движение. Он объединяет такие задачи, которые решаются на основании зависимости между тремя величинами, характеризующими движение: скоростью, расстоянием и временем. Во всех случаях речь идет о равномерном прямолинейном движении.

Итак, движение, рассматриваемое в текстовых задачах, характеризуют три величины: пройденный путь (.ε), скорость (ν), время (t); основное отношение (зависимость) между ними: .s=νt.

Рассмотрим особенности решения основных видов задач на движение.

- ***Задачи на встречное движение двух тел***
Пусть движение первого тела характеризуется величинами .s1=ν1t1 движение второго – s2=ν2t2. Такое движение можно представить на схематическом чертеже (рис. 50):

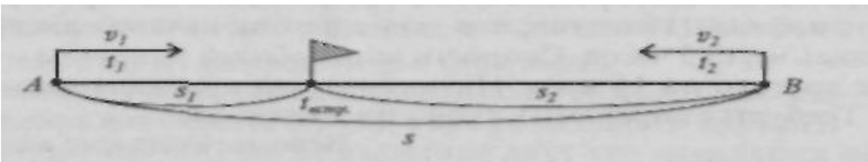


Рис. 50

Если два объекта начинают движение одновременно навстречу друг другу, то:

- каждое из них с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время, т.е. $t1=t2=t_{встречное}$

- скорость, с какой сближаются движущиеся объекты за единицу времени, называется ***скоростью сближения***, т.е. $\nu_{сбл}=\nu1+\nu2$.

- Все расстояние, пройденное движущимися телами при встречном движении, может быть подсчитано по формуле: $s=v_{сбл.} \cdot t_{сбл.}$

Задача 1. Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, а другого - 4 км/ч. Через, сколько часов они встретились?

Решение. В задаче рассматривается движение навстречу друг другу двух пешеходов. Один идет со скоростью 5 км/ч, а другой -4 км/ч. Путь, который они должны пройти, 18 км. Требуется найти время, через которое они встре-тятся, начав движение одновременно. Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть разными - схематический чертеж (рис. 51) или таблица.

Рис. 51

	s	v	t
I II	? ? } 18 км	5 км/ч 4 км/ч	? ? } одина-ковое

Поиск плана решения в данном случае удобно вести, рассуждая от данных к вопросу. Так как скорости пешеходов известны, можно найти их скорость сближения. Зная скорость сближения пешеходов и все расстояние, которое им надо пройти, можем найти время, через которое пешеходы встретятся. Запишем решение задачи по действиям:

1)5 + 4 = 9 (км/ч)

2) 18:9 = 2(ч)

Таким образом, пешеходы встретятся через 2 ч от начала движения.

Задача 2. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч встретились. Один их них ехал быстрее другого на 16 км/ч. Определите скорости автомобилей.

Решение. В задаче рассматривается движение навстречу друг другу двух автомобилей. Известно, что движение они начали одновременно и встретились через 5 часов. Скорости автомобилей различны - один ехал быстрее другого на 16 км/ч. Путь, который проехали автомобили - 600 км. Требуется определить скорости движения.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть различными: схематический чертеж (рис. 52) или таблица.

Поиск плана решения задачи будем вести, рассуждая от данных к вопросу. Так как известно все расстояние и время встречи, можно найти скорость сближения автомобилей. Затем, зная, что скорость одного на 16 км/ч больше

скорости другого, можно найти скорости автомобилей, при этом можно воспользоваться вспомогательной моделью (рис.53).

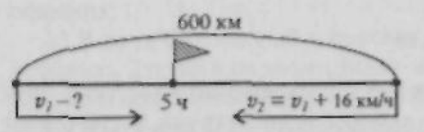


Рис. 52

	s	v	t
I	? } 600 км	?	5 ч
II	?	? на 16 км/ч больше	5 ч

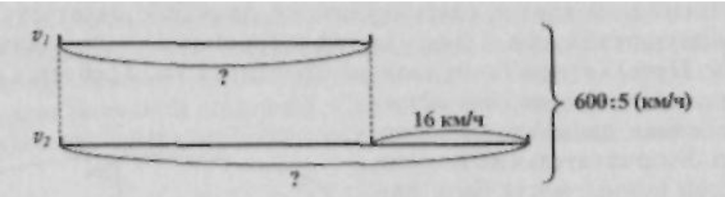


Рис. 53

Запишем решение задачи по действиям с пояснением:

600:5 = 120 (км/ч) - это скорость сближения автомобилей.

120-16 = 104 (км/ч) - это скорость сближения, если бы скорости автомобилей были одинаковыми и равными скорости первого.

104:2 = 52 (км/ч) - скорость первого автомобиля.

52+16 = 68 (км/ч) - скорость второго автомобиля.

Есть и другие арифметические способы решения данной задачи, вот два из них.

1)600:5 =120 (км/ч)	1) 16-5 = 80 (км)
2)120 + 16 = 136 (км/ч)	2) 600 - 80 = 520 (км)
3)136:2 = 68 (км/ч)	3) 520:2 = 260 (км)
4)68- 16 = 52 (км/ч)	4) 260:5 = 52 (км/ч)
	5)52+ 16 = 68 (км/ч).

Задания. *Дайте устные пояснения к выполненным действиям и попытайтесь найти другие способы решения данной задачи.*

- Задачи на движение двух в объектов одном направлении.

Среди них следует различать два типа задач:

1) движение начинается одновременно из разных пунктов;

2)движение начинается в разное время из одного пункта.

Рассмотрим случай, когда движение двух тел начинается одновременно в одном направлении из разных пунктов, лежащих на одной прямой. Пусть движение первого тела характеризуется величинами s1, v1, t1, а движение второго s2,v2,t2.

Такое движение можно представить на схематическом чертеже (рис. 54):

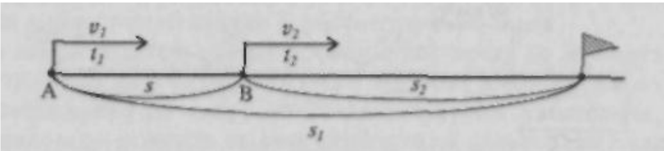


Рис. 54

Если при движении в одном направлении первое тело догоняет второе, то v1>v2. Кроме того, за единицу времени первый объект приближается к другому со скоростью v1-v2. Ее называют скоростью сближения: $v_{сбл.}$=v1-v2. Расстояние s, представляющее длину отрезка AB, находят по формулам: s=s1–s2 и s=$v_{сбл.} \cdot t_{встр}$.

Задача 3. Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 30 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Скорость одного - 40 км/ч, другого - 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?

Решение. В задаче рассматривается движение двух мотоциклистов. Выехали они одновременно из разных пунктов, находящихся на расстоянии 30 км. Скорость одного 40 км/ч, другого - 50 км/ч. Требуется узнать, через сколько часов второй мотоциклист догонит первого.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть разными: схематический чертеж (рис. 55) или таблица.

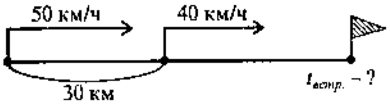


Рис. 55

	S, км	V км/ч	t, ч	
I	? на 30 км больше	50	?	одинаковое
II	?	40	?	

Сравнение скоростей мотоциклистов говорит о том, что в течение часа первый мотоциклист приближается ко второму на 10 км. Расстояние, которое ему надо пройти до встречи со вторым, на 30 км больше, чем расстояние, которое за такое же время пройдет второй мотоциклист. Поэтому первому потребуется столько времени, сколько раз 10 км укладываются в 30 км. Запишем решение задачи по действиям:

1) 50 - 40 = 10 (км/ч) - скорость сближения мотоциклистов
2) 30:10 = 3 (ч) - за это время первый мотоциклист догонит второго.

Наглядно этот процесс представлен на рисунке 56, где единичный отрезок изображает расстояние, равное 10 км.

Задача 4. Всадник выезжает из пункта А и едет со скоростью 12 км/ч; в это же время из пункта В, отстоящего от А на 24 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Оба движутся в одном направлении. На каком расстоянии от В всадник догонит пешехода?

Решение. В задаче рассматривается движение в одном направлении всадника и пешехода. Движение началось одновременно из разных пунктов, расстояние между которыми 24 км, и с разной скоростью: у всадника - 12 км/ч, у пешехода - 4 км/ч. Требуется узнать расстояние от пункта, из которого вышел пешеход, до момента встречи всадника и пешехода.

Вспомогательные модели: схематический чертеж (рис. 57) или таблица.

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти время, которое будет находиться в пути пешеход или всадник,

	s	V	t
В.	? на 24 км больше	12 км/ч	?
П.	?	4 км/ч	? одинаковое

Как найти это время, подробно рассказано в предыдущей задаче. Поэтому, чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо выполнить следующие действия:

1) 12–4 = 8 (км/ч) - скорость сближения всадника и пешехода.
2) 24:8 = 3 (ч) - время, через которое всадник догонит пешехода
3) 4х3 = 12 (км) - расстояние от В, на котором всадник догонит пешехода.

Задача 5. В 7 ч из Москвы со скоростью 60 км/ч вышел поезд. В 13 ч следующего дня в том же направлении вылетел самолет со скоростью 780 км/ч. Через какое время самолет догонит поезд?

Решение. В данной задаче рассматривается движение поезда и самолета в одном направлении из одного пункта, но начинается оно в разное время. Известны скорости поезда и самолета, а также время начала их движения. Требуется найти время, через которое самолет догонит поезд. Из условия задачи следует, что к моменту вылета самолета поезд прошел определенное расстояние. И если его найти, то данная задача становится аналогичной задаче 3, рассмотренной выше. Чтобы найти расстояние, которое прошел поезд до момента вылета самолета, надо подсчитать, сколько времени находился в пути поезд. Умножив время на скорость поезда, получим расстояние, пройденное поездом до момента вылета самолета. А дальше как в задаче 3.

1) 24 - 7 = 17 (ч) - столько времени был в пути поезд в тот день, когда он вышел из Москвы.

2) 17 + 13 = 30 (ч) - столько времени был в пути поезд до момента вылета самолета.

3) 60x30 = 1800 (км) - путь, пройденный поездом до момента вылета самолета.

4) 780 – 60 = 720 (км/ч) - скорость сближения самолета и поезда.

5) 1800:720 = 2,5 (ч) - время, через которое самолет догонит поезд.

Задачи на движение двух объектов в противоположных направлениях.

В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки: а) одновременно; б) в разное время. А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время. Общим теоретическим положением для них будет следующее: $V_{удал}$, = V_1+V_2, где V_1, и V_2 соответственно скорости первого и второго объектов, а $V_{удал}$ - это скорость удаления

	s	V	t
по течению	360 км	?	12 ч
против	360 км	?	15ч
по реке	135 км	?	?

Задача 6. Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 часа после выхода?

Решение. В задаче рассматривается движение двух поездов. Они выходят одновременно от одной станции и идут в противоположных направлениях. Известны скорости поездов (60 км/ч и 70 км/ч) и время их движения (3 ч). Требуется найти расстояние, на котором они будут находиться друг от друга через указанное время.

Вспомогательные модели, если они нужны, могут быть такими: схематический чертеж (рис. 58) или таблица.

Чтобы ответить на вопрос задачи достаточно найти расстояние пройденные первым и вторым поездом за 3 ч., и полученные результаты сложить

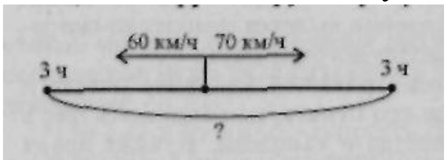


Рис. 58

	.s		V	t
I	?	?	60 км/ч	3 ч
II	?		70 км/ч	3 ч

I

1)60x3= 180 (км)

2) 70x3 = 210 (км)

3) 180 + 210 = 390 (км)

Можно решить эту задачу другим способом, воспользовавшись понятием скорости удаления:

1)60 + 70 = 130 (км/ч) - скорость удаления поездов

2)130x3 = 390 (км) - расстояние между поездами через 3 ч.

Задача 7. От станции А отправился поезд со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч с этой же станции в противоположном направлении вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3ч после выхода второго   поезда?

Решение. Эта задача отличается от задачи 6 тем, что движение поездов начинается в разное время. Вспомогательная модель задачи представлена на рис. 59. Решить ее можно двумя арифметическими способами.

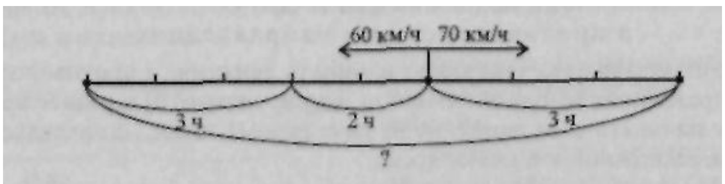


Рис. 59

1способ

1)2 + 3 = 5 (ч) - столько времени в пути был первый поезд.

2)60 х 5 = 300 (км) - расстояние, которое за 5 ч прошел этот поезд.

3)70х3 = 210 (км) - расстояние, которое прошел второй поезд.

4)300 + 210 = 510 (км) - расстояние между поездами.

2 способ

1)60 + 70 = 130 (км/ч) - скорость удаления поездов.

2)130х 3 = 390 (км) - расстояние, на которое удалились поезда за 3 ч.

3)60х2 = 120 (км) - расстояние, пройденное первым поездом за 2 ч.

4)390+120 = 510 (км) - расстояние между поездами.

- Задачи на движение по реке

При решении таких задач различают: собственную скорость движущегося тела, скорость течения реки, скорость движения тела по течению и скорость движения тела против течения. Зависимость между ними выражается формулами:

$V_{\text{по теч.}} = V_{\text{соб}} + V_{\text{теч.р}}.$

$V_{\text{пр.теч}} = V_{\text{соб.}} - V_{\text{теч.р}}$

$V_{\text{соб.}} = V_{\text{по теч}}/2 + V_{\text{пр. теч.}}/2$

Задача 8. Расстояние 360 км катер проходит за 15 ч, если двигается против течения реки, и за 12 ч, если двигается по течению. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 135 км по озеру?

Решение. В данном случае удобно все данные, неизвестные и искомое, записать в таблицу.

Условия движения	s	V	t
по течению	360 км	?	12 ч
против течения	360 км	?	15 ч
по озеру	135 км	?	?

Таблица подсказывает последовательность действий: найти сначала скорость движения катера по течению и против течения, затем, используя формулы, - собственную скорость катера и, наконец, время, за которое он проплывет 135 км по озеру:

1) 360:12 = 30 (км/ч) - скорость катера по течению реки.

2) 360:15 = 24 (км/ч) - скорость катера против течения реки.

3) 24 + 30 = 54 (км/ч) - удвоенная собственная скорость катера.

4) 54:2 = 27 (км/ч) - собственная скорость катера

5)135:27 = 5 (ч) - время, за которое проплывет катер 135 км.

- ***Задачи, связанных с различными процессами*** (работа, «купля-продажа», наполнение бассейнов и др.)
Данные величины связаны зависимостями, аналогичными предыдущей, т.е. для работы – это производительность труда, время работы и объем выполненной работы, для процесса «купли-продажи» - это цена, количество товара и его стоимость.

Задача 9. Двум рабочим дано задание изготовить 120 деталей. Один рабочий изготавливает 7 деталей в час, а другой - 5 детален в час. За сколько часов рабочие выполнят задание, работая вместе?

Решение. В задаче рассматривается процесс выполнения двумя рабочими задания по изготовлению 120 деталей. Известно, что один рабочий делает в час 7 деталей, а другой - 5. Требуется узнать время, за которое рабочие сделают 120 деталей, работая вместе. Чтобы найти ответ на это требование, надо знать, что процесс, о котором идет речь в задаче, характеризуется тремя величинами:

-общим количеством произведенных деталей - это результат процесса; обозначим его буквой К;

-количеством изготовленных деталей за единицу времени (это производительность труда или скорость протекания процесса); обозначим его буквой k;

- временем выполнения задания (это время протекания процесса); обозначим его буквой t;

Зависимость между данными величинами выражается формулой $K=kt$.

Чтобы найти ответ на вопрос задачи, т.е. время t, надо найти количество деталей, изготавливаемых рабочими за 1 ч при совместной работе, а затем разделить 120 деталей на полученную производительность. Таким образом, будем иметь: к = 7 + 5 = 12 (деталей в час); t= 120:12= 10 (ч).

Задача 10. В одном резервуаре 380 мз воды, а в другом - 1500 м3. В первый резервуар каждый час поступает 80 м3 воды, а из второго каждый час выкачивают по 60 м3 воды. Через сколько часов в резервуарах воды станет поровну?

Решение. В данной задаче рассматривается процесс заполнения водой одного резервуара и выкачивания воды из другого. Этот процесс характеризуется следующими величинами:

-объемом воды в резервуарах; обозначим его буквой V;

-скоростью поступления (выкачивания) воды; обозначим ее буквой v;

-временем протекания процесса; обозначим его буквой t.

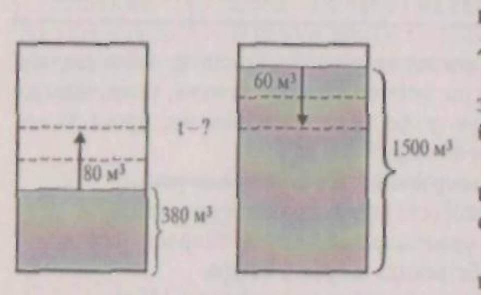


Рис. 60

Зависимость между названными величинами выражается формулой V=vt.

Процесс, описанный в данной задаче, аналогичен движению двух объектов навстречу друг другу. Это можно наглядно представить, построив вспомогательную модель (рис. 60).

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти скорость «сближения» уровней воды в резервуарах и объем воды, при котором происходит выравнивание этих уровней, а затем разделить этот объем на скорость «сближения». Запишем решение задачи по действиям:

1)80 + 60= 140 (м3);

2)1500–380= 1120(м3);

3)1120:140 = 8(ч).

Чтобы убедиться в правильности полученного ответа, выполним проверку.

За 8 ч в первый резервуар поступит 640 м3 (80х8 = 640), а из второго выкачивают 480 м3 (60х8 = 480). Тогда в первом воды будет 1020 м3 (380 + 640 = 1020), и во втором - столько же (1500–480 = 1020), что удовлетворяет условию задачи.

Примеры задач

1

Встречное движение

Из двух поселков выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 часа. Один ехал со скоростью 15 км/ч, а второй со скоростью 18 км/ч . Найдите расстояние между поселками.

2

Движение в противоположных направлениях

Из города одновременно в противоположных направлениях выехали две машины. Скорость первой - 80км/ч. С какой скоростью ехала вторая машина, если через два час расстояние между ними было 340 км?

3

Движение вдогонку

Миша начал догонять Борю, когда расстояние между ними было 100м. Миша идет со скоростью 80м/мин, а Боря - со скоростью 60 м/мин. Через сколько времени мальчики встретятся?

4

Движение

с отставанием

Собака гонится за лисицей со скоростью 750 м/мин, а лисица убегает от нее со скоростью 800 м/мин. Каким станет расстояние через 8 мин, если сейчас между собакой и лисицей 600 м?

.