

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФИЛИАЛ КУБАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
В Г. СЛАВЯНСКЕ-НА-КУБАНИ**

**Кафедра математики, информатики, естественнонаучных и
общетехнических дисциплин**

А. Н. ЧЕРНЫШЕВ

АЛГЕБРА

**Методические материалы
к изучению дисциплины и организации самостоятельной
работы студентов 1–3 курсов академического бакалавриата,
обучающихся по направлению 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки – математика, информатика)**

Славянск-на-Кубани
Филиал Кубанского государственного университета
в г. Славянске-на-Кубани
2018

ББК 22.14
А 456

Рекомендовано к печати кафедрой математики, информатики, естественнонаучных и общетехнических дисциплин филиала Кубанского государственного университета в г. Славянске-на-Кубани

Протокол № 13 от 29 мая 2018 г.

Рецензент:

заведующий кафедрой математики, информатики, естественнонаучных и общетехнических дисциплин, д-р физ.-мат. наук, профессор

А. Б. Шишкин

Чернышев, А. Н.

А 456 **Алгебра** : методические материалы к изучению дисциплины и организации самостоятельной работы студентов 1–3 курсов академического бакалавриата, обучающихся по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки – математика, информатика) / А. Н. Чернышев. – Славянск-на-Кубани : Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2018. – 61 с. 1 экз.

Методические материалы составлены в соответствии с ФГОС высшего образования, учебным планом и учебной программой курса, содержат методические рекомендации к организации процессов освоения дисциплины, к изучению теоретической и практической части, самостоятельной работе студентов, а также по подготовке к промежуточной аттестации.

Издание адресовано студентам 1–3 курсов академического бакалавриата, обучающимся по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки – математика, информатика).

Электронная версия издания размещена в электронной информационно-образовательной среде филиала и доступна обучающимся из любой точки доступа к информационно-коммуникационной сети «Интернет».

ББК 22.14
А 456

© Филиал Кубанского государственного университета
в г. Славянске-на-Кубани, 2018

Содержание

1 Цели и задачи изучения дисциплины.....	5
1.1 Цель освоения дисциплины	5
1.2 Задачи дисциплины.....	5
1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	6
2 Структура и содержание дисциплины	8
2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ	8
2.2 Структура дисциплины.....	9
2.3 Содержание разделов дисциплины	10
2.3.1 Занятия лекционного типа	10
2.3.2 Занятия семинарского типа.....	16
2.3.3 Лабораторные занятия.....	24
2.3.4 Примерная тематика курсовых работ	24
2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	24
3 Образовательные технологии	26
3.1 Образовательные технологии при проведении лекций.....	26
3.2 Образовательные технологии при проведении практических занятий..	28
3.3 Образовательные технологии при проведении лабораторных занятий .	28
4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.	29
4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля	29
4.1.1 Рейтинговая система оценки текущей успеваемости студентов	29
4.1.2 Примерные вопросы для устного (письменного) опроса	30
4.1.3 Примерные тестовые задания для текущей аттестации	32
4.1.4 Примерные задания для практической работы студентов	39
4.1.4 Примерные вопросы к коллоквиумам	44
4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.	47
4.2.1 Примерные вопросы на экзамен/зачет	47
4.2.2 Критерии оценки по промежуточной аттестации (экзамен/зачет)....	50
5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	54
5.1 Основная литература	54
5.2 Дополнительная литература.....	55
5.3 Периодические издания.....	56
6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	56
7 Методические указания для студентов по освоению дисциплины.....	58

8 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.....	59
8.1 Перечень информационных технологий	59
8.2 Перечень необходимого программного обеспечения	59
8.3 Перечень информационных справочных систем.....	60
9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	60

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Алгебра» является овладение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом на основе формируемой системы знаний, умений и навыков в области алгебры.

1.2 Задачи дисциплины

Изучение дисциплины «Алгебра» направлено на овладение студентами следующими компетенциями:

- ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию;
- ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

В соответствие с этим ставятся следующие задачи дисциплины:

- а) формирование системы знаний и умений в области алгебры и ее методов;
- б) воспитание математической культуры, необходимой будущему учителю для понимания целей и задач как основного школьного курса математики, так и школьных элективных курсов;
- в) обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирования у них опыта математической деятельности в ходе решения прикладных задач, специфических для области их профессиональной деятельности;
- г) стимулирование самостоятельной, деятельности по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» относится к вариативной части профессионального цикла (Б1.В.04). Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Информатика и ИКТ» на предыдущем уровне образования и дисциплины «Вводный курс математики». Освоение дисциплины является основой для изучения дисциплин «Геометрия», «Математический анализ»,

«Числовые системы», «Теория чисел», для курсов по выбору студентов «Элементы компьютерной алгебры», «Информационные технологии в математике», «Параметрические задачи», «Методика решения задач повышенной сложности по математике», «Избранные вопросы высшей математики», «Избранные вопросы элементарной математики».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на овладение студентами следующими компетенциями:

- ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию;
- ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- ПК-11 готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

№	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части). Владеть:	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1	ОК-6	– способностью к самоорганизации и самообразованию	общую структуру математического знания, взаимосвязь между алгеброй и другими математическими дисциплинами, внутрипредметные связи в алгебре	использовать терминологию алгебры, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания	культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой
2	ПК-1	– готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	основы алгебраической теории, основные разделы алгебры, классические факты, утверждения и	решать основные типы алгебраических задач; применять полученные зна-	навыками решения основных типов алгебраических задач; основными положениями

№	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части). Владеть:	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		ствии с требованиями образовательных стандартов	методы указанной предметной области; современные приложения алгебры;	ния при решении практических задач профессиональной деятельности;	классических разделов математики, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур на примере алгебры; культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способностью понимать общую структуру математического знания, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания; содержанием и методами соответствующих разделов элементарной математики,

№	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части). Владеть:	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
					умением анализировать элементарную математику с точки зрения высшей математики.
3	ПК-11	– готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.	теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области алгебры.	использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования в области алгебры.	готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования в области алгебры.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зачётных ед. (360 часов), их распределение по видам работ и по семестрам представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
Контактная работа	174,8	46,3	68,2	60,3
Аудиторные занятия	160	42	62	56
Занятия лекционного типа	70	18	26	26
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	90	24	36	30
Лабораторные занятия	–	–	–	–
Иная контактная работа	14,8	4,3	6,2	4,3

Контроль самостоятельной работы	14	4	6	4	
Промежуточная аттестация	0,8	0,3	0,2	0,3	
Самостоятельная работа	113,8	62	39,8	12	
Курсовое проектирование (курсовая работа)	–	–	–	–	
Проработка учебного (теоретического) материала	78	40	30	8	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	–	–	–	–	
Реферат	–	–	–	–	
Подготовка к текущему контролю	35,8	22	9,8	4	
Контроль	71,4	35,7	–	35,7	
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	–	35,7	
Общая трудоемкость	час.	360	144	108	108
	зачетных ед.	10	4	3	3

2.2 Структура дисциплины

Распределение трудоёмкости по разделам дисциплины и по семестрам приведено в таблице.

№	Наименование разделов	Всего	Количество часов			
			Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			ЛК	ПЗ	ЛР	СР
1 семестр						
1	Алгебры. Алгебраические системы.	38	8	10	–	20
2	Поле комплексных чисел.	36	4	10	–	22
3	Векторные пространства.	30	6	4	–	20
Итого за первый семестр		104	18	24	–	62
2 семестр						
4	Матрицы и определители.	41,8	8	20	–	13,8
5	Системы линейных уравнений.	31	10	8	–	13
6	Векторные пространства со скалярным умножением.	29	8	8	–	13
Итого за второй семестр		101,8	26	36	–	39,8
3 семестр						
7	Многочлены от одной переменной.	20	8	8	–	4
8	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	28	12	12	–	4

9	Вычисление корней многочленов. Результант	20	6	10	–	4
Итого за третий семестр		68	26	30	–	12
Итого по дисциплине		273,8	70	90	–	113,8

Примечание: ЛК – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СР – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1 семестр			
1	Алгебры. Алгебраические системы.	Лекция 1. Алгебра. Однотипные алгебры. Ранг операции. Тип алгебры. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр. Подалгебры.	К, Т
		Лекция 2. Группы: определение, примеры. Абелева группа. Порядок группы. Мультипликативная и аддитивная форма записи групп. Простейшие свойства групп. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Подгруппы.	К, Т
		Лекция 3. Кольцо: определение, примеры. Аддитивная группа кольца. Моноид. Область целостности. Простейшие свойства кольца. Подкольца.	К, Т
		Лекция 4. Поле: определение, примеры. Аддитивная группа поля. Подполе. Простое поле. Простейшие свойства поля. Упорядоченное поле. Свойства отношения неравенства. Абсолютная величина. Свойства абсолютной величины.	К, Т
2	Поле комплексных чисел.	Лекция 5. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Сопряженные комплексные числа и их свойства. Геометрическое представление комплексных чисел.	К, Т

		Лекция 6. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление и возведение комплексных чисел в тригонометрической форме. Корни n -й степени из произвольного комплексного числа.	К, Т
3	Векторные пространства.	Лекция 7. Арифметическое векторное пространство. Действия над векторами арифметического векторного пространства. Свойства главных операций векторного пространства. Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств. Простейшие свойства векторных пространств. Подпространства. Свойства подпространств.	К, Т
		Лекция 8. Линейная комбинация и линейная оболочка системы векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Примеры. Свойства линейной зависимости и независимости системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Свойства эквивалентных систем векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов векторного пространства.	К, Т
		Лекция 9. Базис конечной системы векторов арифметического векторного пространства. Теорема о существовании базиса. Базис векторного пространства. Теоремы о базисе векторного пространства. Базис подпространства. Дополнение независимой системы векторов до полного базиса. Ранг конечной системы векторов арифметического векторного пространства. Свойства ранга системы векторов. Размерность векторного пространства. Свойства размерности.	К, Т
2 семестр			
4	Матрицы и определители.	Лекция 1. Матрица. Действия над матрицами. Свойства операций над матрицами. Транспонирование произведения матриц.	К, Т

		<p>Лекция 2. Обратимая матрица. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Группа обратимых матриц. Элементарные матрицы и их свойства. Леммы об обратимости квадратных матриц. Условия обратимости квадратной матрицы. Вычисление обратной матрицы. Запись и решение систем n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.</p>	<p>К, Т</p>
		<p>Лекция 3. Подстановки. Группы подстановок. Чётные и нечётные подстановки. Знак подстановки. Свойства произведения подстановок. Разложение подстановки в произведение независимых циклов. Определитель квадратной матрицы: определения. Диагональная и треугольная матрицы и их определитель. Определитель матрицы с нулевой строкой. Основные свойства определителей: квадратной и транспонированной матриц, при перестановке двух строк, определитель матрицы с двумя одинаковыми строками (столбцами), умножение определителя на скаляр, сумма определителей, равенство определителя нулю, условие неизменности определителя.</p>	<p>К, Т</p>
		<p>Лекция 4. Подматрица. Минор k-го порядка. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. Леммы о вычислении определителя матрицы с помощью минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Определитель произведения матриц. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Теорема о ранге матрицы. Присоединённая матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединённой матрицы. Правило Крамера. Условия, при которых система n линейных однородных уравнений с n переменными имеет ненулевое решение.</p>	<p>К, Т</p>

5	Системы линейных уравнений.	Лекция 5. системы линейных уравнений: основные понятия. Теорема о равносильности системы линейных уравнений и уравнения, выражающего векторную форму записи системы. Критерий совместности линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли).	К, Т
		Лекция 6. Связь между решениями неоднородной линейной системы и решениями ассоциированной с ней однородной системы. Теоремы о следствиях систем линейных уравнений.	К, Т
		Лекция 7. Ступенчатые матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Равенство строчечных рангов матрицы. Эквивалентность $m \times n$ — матрицы ступенчатой $m \times n$ — матрице. Теорема о строчечном ранге матрицы. Приведённые ступенчатые матрицы. Эквивалентность матрицы и приведённой ступенчатой матрицы.	К, Т
		Лекция 8–9. Однородные системы линейных уравнений. Равносильность всей однородной системы линейных уравнений укороченной однородной системе. Решения однородной системы линейных уравнений. Свойства фундаментальной системы решений. Пространство множества решений однородной линейной системы уравнений и неоднородной линейной системы.	К, Т
6	Векторные пространства со скалярным умножением.	Лекция 10. Определение скалярного умножения в векторном пространстве. Невырожденное скалярное умножение. Свойство скалярного умножения двух векторов, один из которых — нулевой вектор. Определения ортогональных векторов, ортогональной системы векторов, ортогонального базиса пространства. Теорема о свойстве ортогональной си-	К, Т

		стемы ненулевых векторов с невырожденным скалярным умножением. Процесс ортогонализации.	
		Лекция 11. Ортогональные множества пространства, определение ортогонального подпространства к множеству. Ортогональное дополнение к подпространству (определение). Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения, следствия.	К, Т
		Лекция 12. Определение евклидова пространства. Теорема об арифметическом векторном пространстве над полем \mathbb{R} со стандартным скалярным умножением. Норма вектора: определение, свойства.	К, Т
		Лекция 13. Ортонормированная система векторов и ортонормированный базис евклидова пространства: определения. Теорема об ортонормированном базисе конечномерного ненулевого евклидова пространства. Свойства ортонормированного базиса. Изоморфизм евклидова пространства и его свойства.	К, Т
3 семестр			
7	Многочлены от одной переменной.	Лекция 1. Понятие кольца многочленов от одного переменного над ненулевым коммутативным кольцом. Степень многочлена.	К, Т
		Лекция 2. Деление многочлена на двучлен и корни многочлена. Теорема о наибольшем возможном числе корней многочлена в области целостности. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.	К, Т
		Лекция 3. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.	К, Т
		Лекция 4. Вычисление коэффициентов линейного выражения НОД. Наименьшее	К, Т

		общее кратное. Разложение многочлена в произведение неприводимых нормированных множителей. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.	
8	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	Лекция 5–6. Лемма Даламбера. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета.	К, Т
		Лекция 7. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Каноническое разложение многочлена над полем действительных чисел.	К, Т
		Лекция 8. Целые и рациональные корни многочлена. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Простое расширение поля. Минимальный многочлен алгебраического элемента.	К, Т
		Лекция 9. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.	К, Т
		Лекция 10. Алгебраические уравнения 3-й степени. Исследование корней уравнения третьей степени с действительными коэффициентами. Алгебраические уравнения 4-й степени.	К, Т
9	Вычисление корней многочленов. Результант	Лекция 11. Система многочленов Штурма. Теорема Штурма.	К, Т
		Лекция 12. Метод линейной интерполяции. Метод Ньютона.	К, Т
		Лекция 13. Результант многочленов и исключение неизвестных.	К, Т

Примечание: УП – устный (письменный) опрос, Т – тестирование, КР – контрольная работа, Э – эссе, К – коллоквиум; ПР – практическая работа.

2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1 семестр			
1	Алгебры. Алгебраические системы.	Практическое занятие 1. Алгебра. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр. <i>Бинарные и n-местные операции. Виды бинарных операций. Нейтральные, регулярные, симметричные элементы. Множества, замкнутые относительно операций. Конгруэнция. Алгебры. Гомоморфизмы алгебр. Изоморфизм. Подалгебры.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 2. Группы. Гомоморфизм и изоморфизм групп. <i>Понятие группы. Мультипликативные и аддитивные группы. Свойства групп. Гомоморфизмы групп. Изоморфизмы групп. Подгруппы.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 3. Кольцо, подкольцо. <i>Понятие кольца. Свойства колец. Гомоморфизмы колец. Изоморфизмы. Подкольцо кольца.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 4. Метод математической индукции. <i>Принцип математической индукции. Метод математической индукции.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 5. Поле, подполе. <i>Обратимые элементы кольца. Понятие поля. Простейшие свойства полей. Подполе.</i>	УП, Т
2	Поле комплексных чисел.	Практическое занятие 6. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. <i>Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными</i>	УП, Т

	<p><i>числами в алгебраической форме записи. Обратное число.</i></p>	
	<p>Практическое занятие 7. Сопряжённые комплексные числа. Модуль комплексного числа. <i>Сопряжённые комплексные числа. Свойства. Геометрический смысл сопряженных чисел. Понятие модуля комплексного числа.</i></p>	УП, Т
	<p>Практическое занятие 8. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. <i>Модуль, главное значение аргумента и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Связь с алгебраической формой записи. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме записи. Геометрический смысл арифметических операций над комплексными числами.</i></p>	УП, Т
	<p>Практическое занятие 9. Извлечение корня n-ой степени из комплексных чисел. <i>Формула Муавра. Формула извлечения корня n-ой степени из комплексных чисел. Геометрический смысл корня n-ой степени из комплексных чисел.</i></p>	УП, Т
	<p>Практическое занятие 10. Решение различных упражнений по теме поле комплексных чисел. <i>Решение упражнений на выполнение операций над комплексными числами в алгебраической форме записи. Решение упражнений на выполнение операций над комплексными числами в тригонометрической форме записи. Преобразование чисел из одной формы записи в другую. Решение упражнений на извлечение корня n-ой степени из комплексных чисел.</i></p>	УП, Т

3	Векторные пространства.	<p>Практическое занятие 11. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Критерий совместности системы линейных неоднородных уравнений.</p> <p><i>Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Критерий совместности системы линейных неоднородных уравнений.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 12. Размерность и базис арифметического векторного пространства. Подпространство.</p> <p><i>Размерность арифметического векторного пространства. Базис арифметического векторного пространства. Подпространство.</i></p>	УП, Т
2 семестр			
4	Матрицы и определители.	<p>Практическое занятие 1. Матрица. Действия над матрицами.</p> <p><i>Понятие матрицы. Операции над матрицами. Транспонирование произведения матриц.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 2–3. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью единичной матрицы. Матричные уравнения.</p> <p><i>Обратимые матрицы. Элементарные преобразования матриц. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Матричный способ решения систем линейных уравнений.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 4. Подстановки. Четность и нечетность подстановки. Умножение подстановок. Разложение подстановки в произведение независимых циклов.</p> <p><i>Подстановки. Четность и нечетность подстановки. Умножение подстановок. Разложение подстановки в произведение независимых циклов.</i></p>	УП, Т

		<p>Практическое занятие 5. Определители. Вычисление определителей. <i>Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 6. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединённой матрицы. <i>Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Определитель произведения матриц. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединённой матрицы.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 7–8. Применение определителей к решению основных вопросов, связанных с линейной зависимостью векторов. Ранг матрицы. Исследования произвольной системы линейных уравнений и нахождение её общего решения. <i>Применение определителей к исследованию вопроса обратимости квадратной матрицы. Применение определителей к решению вопросов, связанных с линейной зависимостью векторов. Ранг матрицы. Исследования произвольной системы линейных уравнений и нахождение её общего решения.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 9–10. Занятие-практикум по теме «Матрица. Действия над матрицами». <i>Матрицы. Операции над матрицами. Вычисление обратной матрицы различными способами. Определитель квадратной матрицы. Метод Крамера.</i></p>	УП, Т
5	Системы линейных уравнений.	<p>Практическое занятие 11. Критерий Кронекера-Капелли совместности линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</p>	УП, Т

		<i>Критерий Кронекера-Капелли совместности линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</i>	
		Практическое занятие 12. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. <i>Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 13–14. Неоднородная система линейных уравнений и её решения. <i>Неоднородная система линейных уравнений. Связь между решениями неоднородной системы линейных уравнений и решениями ассоциированной с ней однородной системой.</i>	УП, Т
6	Векторные пространства со скалярным умножением.	Практическое занятие 15. Скалярное произведение векторов в евклидовом пространстве. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству. <i>Скалярное произведение векторов. Евклидовы пространства. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 16. Линейные преобразования и матрицы. Действия над линейными операторами. <i>Линейные преобразования и матрицы. Действия над линейными операторами.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 17. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. <i>Собственные значения линейного оператора. Собственные векторы линейного оператора.</i>	УП, Т

		<p>Практическое занятие 18. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду путем перехода к новому базису.</p> <p><i>Матрица линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду путем перехода к новому базису.</i></p>	УП, Т
3 семестр			
7	Многочлены от одной переменной.	<p>Практическое занятие 1. Сложение и умножение многочленов. Деление на одночлен. Деление с остатком. Схема Горнера. Разложение многочлена по степеням линейного двучлена.</p> <p><i>Умножение многочленов. Деление с остатком в столбик. Деление многочлена на одночлен. Разложение многочлена по степеням двучлена. Вычисление значений многочлена и его производных. Задачи на исследование вопроса делимости многочлена на двучлен.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 2. НОД и НОК многочленов. Линейное представление.</p> <p><i>Определение НОД двух многочленов с помощью алгоритма Евклида. Определение НОК двух многочленов. Определение линейного выражения многочлена h через многочлены f и g с помощью алгоритма Евклида. Определение линейного выражения многочлена h через многочлены f и g методом неопределенных коэффициентов. Определение НОД и НОК трех многочленов с помощью алгоритма Евклида. Определение НОД и НОК трех многочленов, если задано их разложение в произведение неприводимых множителей.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 3. Отделение кратных множителей. Разложение многочленов на неприводимые множители.</p> <p><i>Разложение многочленов на линейные множители. Разложение многочлена на</i></p>	УП, Т

		<i>неприводимые вещественные множители. Выделение кратных неприводимых множителей. Построение многочленов наименьшей степени по заданным корням. Использование НОД и НОК для выделения кратных корней многочлена.</i>	
		Практическое занятие 4. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители. <i>Формальная производная многочлена. Формула Тейлора для многочлена. Кратные корни многочлена. Кратные множители многочлена.</i>	УП, Т
8	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	Практическое занятие 5–6. Каноническое разложение многочленов над полями комплексных и действительных чисел в произведение неприводимых множителей. <i>Основные следствия алгебраической замкнутости поля комплексных чисел. Разложение многочленов над полем комплексных чисел в произведение линейных множителей. Сопряженность мнимых корней многочленов с действительными коэффициентами. Разложение многочленов над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Задачи на исследование корней многочлена и применение формул Виета.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 7. Алгебраические уравнения третьей степени над \mathbb{R} и над \mathbb{C} . <i>Решение алгебраических уравнений 3-ей степени. Исследование корней алгебраического уравнения 3-ей степени с действительными коэффициентами.</i>	УП, Т
		Практическое занятие 8. Алгебраические уравнения четвертой степени над \mathbb{R} и над \mathbb{C} . <i>Решение биквадратных уравнений. Решение алгебраических уравнений 4-ой степени методом Феррари.</i>	УП, Т

		<p>Практическое занятие 9. Рациональные корни многочлена. Критерий Эйзенштейна.</p> <p><i>Доказательство неприводимости многочленов в кольце $Q[x]$. Определение рациональных корней многочленов.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 10. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.</p> <p><i>Алгебраические числа. Минимальный многочлен алгебраического числа. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби с использованием метода неопределенных коэффициентов.</i></p>	УП, Т
9	Вычисление корней многочленов. Результант	<p>Практическое занятие 11. Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.</p> <p><i>Построение системы многочленов Штурма для данного многочлена. Свойства многочленов Штурма для данного многочлена. Определение числа действительных корней у данного многочлена на заданном интервале.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 12–13. Приближенное вычисление корней многочлена.</p> <p><i>Отделение действительных корней многочленов. Приближенное вычисление корней многочлена методами линейной интерполяции и Ньютона. Сходимость метода Ньютона.</i></p>	УП, Т
		<p>Практическое занятие 14–15. Результант многочленов. Исключение неизвестных из систем 2-ух алгебраических уравнений с 2-мя неизвестными.</p> <p><i>Определение результата двух многочленов. Существование общего корня у двух данных многочленов. Исключение неизвестных из систем с помощью результата. Решение систем 2-ух алгебраических уравнений с 2-мя неизвестными при помощи результата.</i></p>	УП, Т

2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СР	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям и лабораторным работам	<p>1. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/49469.</p> <p>2. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. II [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2014. — 246 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=63668</p> <p>3. Войтенко, Т.Ю. Введение в алгебру: задачи и решения : учебное пособие / Т.Ю. Войтенко, Е.Н. Яковлева ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет». - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-9765-2986-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=463938</p>
2	Подготовка к коллоквиумам	<p>1. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/49469.</p> <p>2. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. II [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2014. — 246 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=63668</p>

		<p>3. Войтенко, Т.Ю. Введение в алгебру: задачи и решения : учебное пособие / Т.Ю. Войтенко, Е.Н. Яковлева ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет». - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-9765-2986-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=463938</p>
3	Подготовка к тестированию (текущей аттестации)	<p>1. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/49469.</p> <p>2. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. II [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2014. — 246 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=63668</p> <p>3. Войтенко, Т.Ю. Введение в алгебру: задачи и решения : учебное пособие / Т.Ю. Войтенко, Е.Н. Яковлева ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет». - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-9765-2986-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=463938</p>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,

– в форме электронного документа,
 Данный перечень может быть дополнен и конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

С целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки, для реализации компетентного подхода программа предусматривает широкое использование в учебном процессе следующих форм учебной работы:

- активные формы (лекция, вводная лекция, обзорная лекция, заключительная лекция, презентация);
- интерактивные формы (практическое занятие, семинар, компьютерная симуляция, коллоквиум);
- внеаудиторные формы (консультация, практикум, самостоятельная работа, подготовка реферата, написание курсовой работы);
- формы контроля знаний (групповой опрос, контрольная работа, практическая работа, тестирование, коллоквиум, зачёт, экзамен).

3.1 Образовательные технологии при проведении лекций

Лекция – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой устное, монологическое, систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала. Она предшествует всем другим формам организации учебного процесса, позволяет оперативно актуализировать учебный материал дисциплины. Для повышения эффективности лекций целесообразно воспользоваться следующими рекомендациями:

- четко и ясно структурировать занятие;
- рационально дозировать материал в каждом из разделов;
- использовать простой, доступный язык, образную речь с примерами и сравнениями;
- отказаться, насколько это возможно, от иностранных слов;
- использовать наглядные пособия, схемы, таблицы, модели, графики и т. п.;
- применять риторические и уточняющие понимание материала вопросы;
- обращаться к техническим средствам обучения.

№	Тема	Виды применяемых образовательных технологий	Кол. час
1 семестр			
1	Алгебры. Алгебраические системы.	АВТ, РП, ЛПО	8
2	Поле комплексных чисел.	АВТ, РП, ЭБ, ИСМ	4*

3	Векторные пространства.	АВТ, РП, ЛПО	6
Итого по курсу в первом семестре			18
в том числе интерактивное обучение*			4
2 семестр			
4	Матрицы и определители.	АВТ, РП, ЛПО	8
5.1	Системы линейных уравнений.	АВТ, РП, ЛПО	6
5.2	Системы линейных уравнений.	АВТ, РП, ЭБ, ИСМ	4*
6	Векторные пространства со скалярным умножением.	АВТ, РП, ЛПО	8
Итого по курсу во втором семестре			26
в том числе интерактивное обучение*			4
3 семестр			
7	Многочлены от одной переменной.	АВТ, РП, ЛПО	8
8.1	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	АВТ, РП, ЛПО	8
8.2	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	АВТ, РП, ЭБ, ИСМ	4*
9	Вычисление корней многочленов. Результат	АВТ, РП, ЛПО	6
Итого по курсу в третьем семестре			26
в том числе интерактивное обучение*			4
Итого по курсу			70
в том числе интерактивное обучение*			12

АВТ – аудиовизуальная технология (основная информационная технология обучения, осуществляемая с использованием носителей информации, предназначенных для восприятия человеком по двум каналам одновременно зрительному и слуховому при помощи соответствующих технических устройств, а также закономерностей, принципов и особенностей представления и восприятия аудиовизуальной информации);

РП – репродуктивная технология;

РМГ – работа в малых группах (в парах, ротационных тройках);

ЛПО – лекции с проблемным изложением (проблемное обучение);

ЭБ – эвристическая беседа;

СПО – семинары в форме дискуссий, дебатов (проблемное обучение);

ИСМ – использование средств мультимедиа (например, компьютерные классы);

ТПС – технология полноценного сотрудничества.

3.2 Образовательные технологии при проведении практических занятий

Практическое (семинарское) занятие – основная интерактивная форма организации учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» дисциплины; самостоятельно оперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале. Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции.

№	Тема	Виды применяемых образовательных технологий	Кол. час
1 семестр			
1	Алгебры. Алгебраические системы.	РМГ, РП, ИСМ	10
2	Поле комплексных чисел.	РМГ, РП, ИСМ, СПО	10*
3	Векторные пространства.	РМГ, РП, ИСМ	4
Итого по курсу в первом семестре			24
в том числе интерактивное обучение*			10
2 семестр			
4	Матрицы и определители.	РМГ, РП, ИСМ	20
5.1	Системы линейных уравнений.	РМГ, РП, ИСМ	2
5.2	Системы линейных уравнений.	РМГ, РП, ИСМ, СПО	6*
6	Векторные пространства со скалярным умножением.	РМГ, РП, ИСМ, СПО	8*
Итого по курсу во втором семестре			36
в том числе интерактивное обучение*			14
3 семестр			
7	Многочлены от одной переменной.	РМГ, РП, ИСМ	8
8	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	РМГ, РП, ИСМ, СПО	12*
9	Вычисление корней многочленов. Результат	РМГ, РП, ИСМ	10
Итого по курсу в третьем семестре			30
в том числе интерактивное обучение*			12
Итого по курсу			90
в том числе интерактивное обучение*			36

3.3 Образовательные технологии при проведении лабораторных занятий

Лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

4.1.1 Рейтинговая система оценки текущей успеваемости студентов

№	Наименование раздела	Виды оцениваемых работ	Максимальное кол-во баллов
1 семестр			
1	Алгебры. Алгебраические системы.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
2	Поле комплексных чисел.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
3	Векторные пространства.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
4	Текущая аттестация по всем разделам	Компьютерное тестирование	40
ВСЕГО			100
2 семестр			
1	Матрицы и определители.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
2	Системы линейных уравнений.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5

		Коллоквиум	5
3	Векторные пространства со скалярным умножением.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
4	Текущая аттестация по всем разделам	Компьютерное тестирование	40
ВСЕГО			100
3 семестр			
1	Многочлены от одной переменной.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
2	Кольцо многочленов от одной переменной над числовыми полями.	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
3	Вычисление корней многочленов. Результат	Практическая работа	5
		Устный (письменный) опрос	5
		Активная работа на занятиях	5
		Коллоквиум	5
4	Текущая аттестация по всем разделам	Компьютерное тестирование	40
ВСЕГО			100

4.1.2 Примерные вопросы для устного (письменного) опроса

1 семестр

1. Алгебраические операции и их свойства.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями.
3. Метод математической индукции.
4. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр.
5. Понятие группы. Примеры групп.

6. Простейшие свойства групп.
7. Гомоморфизмы групп.
8. Подгруппы.
9. Понятие кольца. Простейшие свойства кольца. Примеры колец.
10. Подкольца.
11. Поле, его простейшие свойства, примеры. Подполе.

2 семестр

1. Операции над матрицами, их свойства.
2. Понятие обратной матрицы, элементарные матрицы.
3. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
4. Группа подстановок. Чётность и знак подстановки.
5. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителя.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Разложение определителя по строкам или столбцу.
8. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
9. Определитель произведения матриц.
10. Теорема о ранге матрицы.
11. Присоединённая матрица. Обратная матрица.
12. Запись и решение n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.
13. Правило Крамера.
14. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n переменными имеет ненулевое решение.
15. Векторная форма записи системы линейных уравнений. Условия совместимости системы линейных уравнений.

3 семестр

1. Кольцо многочленов от одной переменной.
2. Степень многочлена.
3. Деление на двучлен $(x - a)$ и корни многочлена.
4. Наибольшее возможное число корней в области целостности.
5. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Теорема о делении с остатком.
7. НОД. Алгоритм Евклида.
8. НОК.
9. Неприводимые над полем многочлены.
10. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
11. Формальная производная многочлена и ее свойства.
12. Разложение многочлена по степеням $(x - a)$. Формула Тейлора.

13. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.
14. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
15. Следствия из алгебраической замкнутости поля комплексных чисел.
16. Разложение многочленов над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей.
17. Формула Виета.

4.1.3 Примерные тестовые задания для текущей аттестации

1 семестр

1. Укажите верное утверждение: Уравнение $|z - a| \geq r$, где $r > 0$ определяет
 - 1) внешность открытого круга с центром в точке a радиуса r
 - 2) внешность замкнутого круга с центром в точке a радиуса r
 - 3) открытый круг с центром в точке a радиуса r
2. Укажите верное утверждение: Уравнение $\arg z = \varphi$ определяет
 - 1) луч с началом в точке 0 , образующий угол φ с положительным направлением действительной оси
 - 2) луч с началом в точке 0 без начала, образующий угол φ с положительным направлением действительной оси
 - 3) прямую, проходящую через точку 0 и образующую угол φ с положительным направлением действительной оси
3. Укажите верное утверждение: ($\forall z = x + i \cdot y \in \mathbb{C}$)
 - 1) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
 - 2) $\varphi \in \text{Arg } z \Rightarrow x = |z| \cdot \sin \varphi$
 - 3) $\varphi \in \text{Arg } z \Rightarrow y = |z| \cdot \cos \varphi$
4. Укажите верное утверждение: Бинарное отношение «быть подгруппой» на множестве подгрупп данной группы
 - 1) рефлексивно, транзитивно и антисимметрично
 - 2) рефлексивно, транзитивно и симметрично
 - 3) антирефлексивно, транзитивно и антисимметрично
5. Укажите верное утверждение: Для того, чтобы отображение h группы G в группу H было гомоморфизмом, достаточно чтобы
 - 1) оно сохраняло бинарную операцию группы G
 - 2) оно сохраняло унарную операцию группы G
 - 3) оно сохраняло нейтральный элемент группы G
6. Укажите утверждение, которое не входит в теорему о свойствах кольца: Пусть K — кольцо. Тогда
 - 1) $(\forall a, b \in K) a - b = a \Rightarrow b = 0$
 - 2) $(\forall a, b \in K) a + b = 0 \Rightarrow b = -a$
 - 3) $(\forall a \in K) -(-a) = a$
7. Укажите верное утверждение:
 - 1) Пересечение произвольной (непустой) совокупности подколец кольца

K является подкольцом кольца K

2) Пересечение произвольной совокупности подколец кольца K является подкольцом кольца K

3) Объединение произвольной совокупности подколец кольца K является подкольцом кольца K

8. Укажите неверное утверждение: Отображение $\varphi: A \rightarrow B$ называется инъективным, если

1) $(\forall x, y \in A) \varphi(x) = \varphi(y) \Rightarrow x = y$

2) $(\forall x, y \in A) x \neq y \Rightarrow \varphi(x) \neq \varphi(y)$

3) $(\forall x, y \in A) x = y \Rightarrow \varphi(x) = \varphi(y)$

9. Укажите неверное утверждение: $(\forall z \in \mathbb{C})$

1) $|z| = |\bar{z}|$

2) $\text{Arg } z = \text{Arg } \bar{z}$

3) $\bar{\bar{z}} = |z|$

10. Укажите верное утверждение: $(\forall z \in \mathbb{C})$

1) $\text{Arg } z = -\text{Arg } \bar{z}$

2) $\text{Arg } z = \text{Arg } \bar{z}$

3) $\arg z = -\arg \bar{z}$

11. Укажите верное утверждение: $(\forall z = r(\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi) \in \mathbb{C})$, где $r = |z|$, $\varphi \in \text{Arg } z$

1) $(\sqrt[n]{z})_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cdot \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right), k = 0, \dots, n - 1$

2) $(\sqrt[n]{z})_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi n}{k} + i \cdot \sin \frac{\varphi + 2\pi n}{k} \right), k = 0, \dots, n - 1$

3) $(\sqrt[n]{z})_k = \sqrt[k]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cdot \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right), k = 0, \dots, n - 1$

12. Укажите верное утверждение: $(\forall z = x + iy \in \mathbb{C})$

1) $\arg z = -\frac{\pi}{2}$ при $x = 0, y > 0$

2) $\arg z = \frac{\pi}{2}$ при $x = 0, y < 0$

3) $\arg z = \arctg \frac{y}{x} + \pi$ при $x < 0, y > 0$

13. Укажите верное утверждение:

Изоморфизм алгебры A на себя называется

1) эндоморфизмом

2) эпиморфизмом

3) РМГоморфизмом

14. Укажите верное утверждение:

n -местной операцией на множестве A называется

1) отображение множества A^n на A

2) любое подмножество множества A^n

3) отображение множества A^n в A

15. Укажите верное утверждение:

Гомоморфизм h алгебры A в однотипную алгебру B , где h инъективное отображение множества A в множество B , называется

- 1) изоморфизмом
- 2) эпиморфизмом
- 3) мономорфизмом

2 семестр

1. Укажите верное утверждение. Знак подстановки φ определяется формулой

$$1) \operatorname{sgn} \varphi = \prod_{\substack{\{j,k\} \subset M \\ j \neq k}} \operatorname{sign} \frac{j-k}{\varphi(j)-\varphi(k)}$$

$$2) \operatorname{sgn} \varphi = \prod_{\substack{\{j,k\} \subset M \\ j \neq k}} \operatorname{sign} \frac{j+k}{\varphi(j)+\varphi(k)}$$

$$3) \operatorname{sgn} \varphi = \prod_{\{j,k\} \subset M} \operatorname{sign} \frac{j-k}{\varphi(j)-\varphi(k)}$$

$$4) \operatorname{sgn} \varphi = \prod_{j \neq k} \operatorname{sign} \frac{j-k}{\varphi(j)-\varphi(k)}$$

2. Укажите верное утверждение. Определителем матрицы $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$ называется сумма

$$1) \sum_{\tau \in S_n} \operatorname{sgn}(\tau) \cdot a_{1\tau(1)} \cdot a_{2\tau(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\tau(n)}$$

$$2) \sum_{\tau \in S_n} a_{1\tau(1)} \cdot a_{2\tau(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\tau(n)}$$

3. Сумма в определении определителя содержит

1) $n!$ слагаемых

2) n слагаемых

3) n^2 слагаемых

4) n^n слагаемых

4. Укажите неверное утверждение. Минором M_{jk} матрицы $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$ называется

1) минор элемента a_{jk}

2) определитель матрицы, полученной из A вычеркиванием j -ой строки и k -го столбца

3) определитель подматрицы матрицы A , состоящей из j строк и k столбцов.

5. Укажите неверное утверждение. Алгебраическое дополнение A_{jk} элемента a_{jk} матрицы $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$

1) определяется формулой $A_{jk} = (-1)^{j+k} M_{jk}$

2) не зависит от элемента a_{jk}

3) зависит от положения элемента a_{jk}

4) зависит от четности суммы $j+k$

6. Укажите неверное утверждение. Алгебраическое дополнение A_{jk} элемента a_{jk} матрицы $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$

1) определяется формулой $A_{jk} = (-1)^{j+k} M_{jk}$

2) зависит от элемента a_{jk}

3) зависит от положения элемента a_{jk}

4) зависит от четности суммы $j+k$

7. Укажите верное утверждение. Пусть $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$. Тогда
- 1) $(\forall k \in \{1, \dots, n\}) |A| = a_{1k} \cdot A_{1k} + \dots + a_{nk} \cdot A_{nk}$
 - 2) $(\forall j \in \{1, \dots, n\}) a_{j1} \cdot A_{j1} + \dots + a_{jn} \cdot A_{jn} = 0$
 - 3) $(\forall k, s \in \{1, \dots, n\}) k \neq s \Rightarrow a_{1k} \cdot A_{1s} + \dots + a_{nk} \cdot A_{ns} = |A|$
 - 4) $(\forall j, s \in \{1, \dots, n\}) j \neq s \Rightarrow a_{j1} \cdot A_{s1} + \dots + a_{jn} \cdot A_{sn} = |A|$
8. Укажите верное утверждение. Пусть $A = \|a_{ij}\| \in F^{n \times n}$. Тогда
- 1) $(\forall k \in \{1, \dots, n\}) a_{1k} \cdot A_{1k} + \dots + a_{nk} \cdot A_{nk} = 0$
 - 2) $(\forall j \in \{1, \dots, n\}) a_{j1} \cdot A_{j1} + \dots + a_{jn} \cdot A_{jn} = 0$
 - 3) $(\forall k, s \in \{1, \dots, n\}) k \neq s \Rightarrow a_{1k} \cdot A_{1s} + \dots + a_{nk} \cdot A_{ns} = 0$
 - 4) $(\forall j, s \in \{1, \dots, n\}) j \neq s \Rightarrow a_{j1} \cdot A_{s1} + \dots + a_{jn} \cdot A_{sn} = |A|$
9. Укажите неверное утверждение. Определитель квадратной матрицы равен 0 тогда и только тогда, когда
- 1) строки матрицы линейно независимы
 - 2) столбцы матрицы линейно зависимы
 - 3) матрица не обратима
 - 4) матрица не представима в виде произведения элементарных матриц
10. Укажите неверное утверждение. Определитель квадратной матрицы равен 0 тогда и только тогда, когда
- 1) строки матрицы линейно зависимы
 - 2) столбцы матрицы линейно независимы
 - 3) матрица не обратима
 - 4) матрица не представима в виде произведения элементарных матриц
11. Укажите неверное утверждение. Определитель квадратной матрицы равен 0 тогда и только тогда, когда
- 1) строки матрицы линейно зависимы
 - 2) столбцы матрицы линейно зависимы
 - 3) матрица обратима
 - 4) матрица не представима в виде произведения элементарных матриц
12. Укажите неверное утверждение. Квадратная матрица обратима тогда и только тогда, когда
- 1) строки матрицы линейно зависимы
 - 2) столбцы матрицы линейно независимы
 - 3) определитель квадратной матрицы не равен 0
 - 4) матрица представима в виде произведения элементарных матриц
13. Укажите неверное утверждение. Квадратная матрица обратима тогда и только тогда, когда
- 1) строки матрицы линейно независимы
 - 2) столбцы матрицы линейно независимы
 - 3) определитель квадратной матрицы не равен 0
 - 4) матрица не представима в виде произведения элементарных матриц
14. Укажите верное утверждение. Ранг ненулевой матрицы равен
- 1) наибольшему из порядков ненулевых миноров матрицы.

- 2) наименьшему из порядков ненулевых миноров матрицы.
 - 3) порядку этой матрицы
15. Если $A \in F^{n \times n}$ и $|A| \neq 0$, то матрица A – обратима и
- 1) $A^{-1} = |A|^{-1} \cdot A^*$, где A^* – матрица, присоединенная для A
 - 2) $A^{-1} = |A| \cdot A^*$, где A^* – матрица, присоединенная для A
 - 3) $|A|^{-1} = A^{-1} \cdot A^*$, где A^* – матрица, присоединенная для A

3 семестр

1. Степень произведения двух ненулевых многочленов над областью целостности
 - 1) равна сумме степеней сомножителей.
 - 2) не больше суммы степеней сомножителей.
 - 3) не больше максимальной степени сомножителей.
2. Кольцо многочленов над областью целостности является
 - 1) областью целостности
 - 2) коммутативным кольцом
 - 3) полем
3. На основном множестве произвольного кольца не определена структура
 - 1) мультипликативной абелевой группы.
 - 2) аддитивной абелевой группы.
 - 3) мультипликативного моноида.
4. Если многочлен $f = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \in K[x]$ имеет в области целостности K более чем n различных корней, то
 - 1) f является нулевым многочленом
 - 2) f является многочленом нулевой степени
 - 3) это невозможно
5. Кольцо многочленов от x над коммутативным кольцом K обозначается:
 - 1) $K[x]$
 - 2) $K\{x\}$
 - 3) $K\langle x \rangle$
6. Укажите неверное утверждение. *В области целостности*
 - 1) любой ненулевой элемент обратим.
 - 2) умножение коммутативно.
 - 3) нет делителей нуля.
7. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов над коммутативным кольцом K выполняется:
 - 1) если K - бесконечная область целостности.
 - 2) если K - область целостности.
 - 3) если K - поле.
8. Укажите верную формулировку теоремы о делении с остатком в кольце многочленов над полем:
 - 1) $(\forall f, g \in F[x], g \neq 0) (\exists^1 h, r \in F[x]) f = gh + r$ и $(r = 0 \vee \deg r < \deg h)$.

- 2) $(\forall f, g \in F[x]) (\exists^1 h, r \in F[x]) f = gh + r$ и $(r = 0 \vee \deg r < \deg h)$.
- 3) $(\forall f, g \in F[x], g \neq 0) (\exists h, r \in F[x]) f = gh + r$ и $(r = 0 \vee \deg r < \deg h)$.
9. Если $f, g, h \in K[x]$ и $f = gh$, то
- 1) $h|f$
 - 2) $f|h$
10. Наибольшим общим делителем не равных одновременно 0 многочленов f и g называется
- 1) любой многочлен d , который является их общим делителем и делится на любой их общий делитель.
 - 2) любой многочлен d , который является их общим делителем.
 - 3) любой многочлен d , который делится на каждый их общий делитель.
11. Пусть K - коммутативное кольцо, $f, g, h, r \in K$ и $f = gh + r$. Тогда
- 1) $\text{НОД}(f, g) \sim \text{НОД}(g, r)$
 - 2) $\text{НОД}(f, g) \sim \text{НОД}(h, r)$
 - 3) $\text{НОД}(f, g) \sim \text{НОД}(g, h)$
12. НОД многочленов, вычисленный с помощью алгоритма Евклида есть
- 1) последний ненулевой остаток при последовательном делении по алгоритму Евклида.
 - 2) последний делитель при последовательном делении по алгоритму Евклида.
 - 3) последнее неполное частное при последовательном делении по алгоритму Евклида.
13. Наименьшим общим кратным многочленов f и g называется
- 1) любой многочлен h , который является их общим кратным и делит любое их общее кратное.
 - 2) любой многочлен h , который является их общим кратным.
 - 3) любой многочлен h , который делит каждое их общее кратное.
14. Для любых многочленов f, g
- 1) $\text{НОД}(f, g) \cdot \text{НОК}(f, g) \sim f \cdot g$
 - 2) $\text{НОД}(f, g) \cdot \text{НОК}(f, g) = f \cdot g$
 - 3) $\text{НОК}(f, g) \sim f \cdot g \cdot \text{НОД}(f, g)$
15. В кольце многочленов $F[x]$ над полем F обратимыми являются
- 1) только многочлены нулевой степени
 - 2) только многочлены первой степени
 - 3) многочлены нулевой и первой степени
16. Многочлен из кольца $F[x]$ над полем F называется приводимым над полем F , если
- 1) его можно представить в виде произведения двух многочленов положительной степени из $F[x]$.
 - 2) его можно представить в виде произведения двух многочленов положительной степени.

- 3) степень этого многочлена больше 1.
17. Многочлен из кольца $F[x]$ над полем F является неприводимым (простым) над полем F , если
- 1) он имеет положительную степень и обладает лишь тривиальными делителями.
 - 2) он не является приводимым.
 - 3) он имеет степень, равную 1.
18. Укажите верное утверждение. В кольце многочленов над полем F
- 1) неприводимы все многочлены первой степени.
 - 2) Существуют неприводимые многочлены выше, чем первой степени.
 - 3) Не существуют неприводимые многочлены выше, чем первой степени.
19. Пусть $f = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ – многочлен над полем F . Тогда
- 1) $f' = \sum_{k=1}^n ka_kx^{k-1}$
 - 2) $f' = \sum_{k=1}^n ka_kx^k$
 - 3) $f' = \sum_{k=1}^n (k-1)a_kx^k$
20. Пусть f, g – многочлены над полем F . Формальная производная многочленов не обладает свойством:
- 1) $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$
 - 2) $(f + g)' = f' + g'$
 - 3) $(f \cdot g)' = f \cdot g' + f' \cdot g$
21. Свободный член разложения многочлена f по степеням $(x - c)$ равен
- 1) $f(c)$
 - 2) $f'(c)$
 - 3) $\frac{f^{(n)}(c)}{n!}$
22. Коэффициент при $(x - c)^n$ в разложении многочлена f по степеням $(x - c)$ равен
- 1) $\frac{f^{(n)}(c)}{n!}$
 - 2) $f(c)$
 - 3) $f'(c)$
23. Пусть $f = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ – многочлен над полем F . Тогда
- 1) $f = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(x - c) + \frac{f''(c)}{2!}(x - c)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(x - c)^n$
 - 2) $f = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x - c) + \frac{f''(0)}{2!}(x - c)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}(x - c)^n$
 - 3) $f = f(x) + \frac{f'(x)}{1!}(x - c) + \frac{f''(x)}{2!}(x - c)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}(x - c)^n$
24. Пусть p неприводимый множитель кратности $m \geq 1$ многочлена f над полем F нулевой характеристики. Тогда p является множителем
- 1) кратности $m - 1$ для f' .
 - 2) кратности $m + 1$ для f'
 - 3) кратности m для f'

25. Многочлен f над полем F нулевой характеристики имеет кратный неприводимый множитель тогда и только тогда, когда

- 1) $\deg \text{НОД}(f, f') > 0$.
- 2) многочлены f и f' взаимно просты.
- 3) $\deg \text{НОК}(f, f') > 0$.

26. Многочлен f над полем F нулевой характеристики имеет кратный корень c тогда и только тогда, когда

- 1) $f(c) = 0, f'(c) = 0$.
- 2) многочлены f и f' взаимно просты.
- 3) $f'(c) = 0, f''(c) = 0$.

27. Поле F называется алгебраически замкнутым, если

- 1) любой многочлен положительной степени из $F[x]$ имеет в поле F хотя бы один корень.
- 2) любой многочлен положительной степени из $F[x]$ имеет хотя бы один корень.
- 3) любой многочлен из $F[x]$ имеет в поле F хотя бы один корень.

28. Укажите неверное утверждение:

- 1) Поле комплексных чисел не является алгебраически замкнутым.
- 2) Любой многочлен над полем комплексных чисел, степень которого больше единицы приводим над полем комплексных чисел.
- 3) В поле комплексных чисел многочлен степени n имеет точно n корней, если каждый корень посчитать с только раз, какова его кратность.

4.1.4 Примерные задания для практической работы студентов

1 семестр

Упражнение 1. Докажите индукцией по n , что множество из n элементов имеет 2^n подмножеств.

Упражнение 2. Докажите формулы:

- а) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$;
- б) $(1 + 2 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$;
- в) $1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = n(2n - 1)(2n + 1)/3$.

Упражнение 3. Докажите, что для любого натурального $n > 1$

$$(x + 1)^n = x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n.$$

Упражнение 4. Пусть $mZ = \{mx | x \in Z\}$, где m — натуральное число. Покажите, что при $m \neq 0$ существует инъективное отображение множества Z на mZ .

Упражнение 5. Пусть $Z = \langle Z, +, - \rangle$ и m — фиксированное целое число. Покажите, что алгебра $mZ = \langle mZ, +, - \rangle$ является подгруппой группы Z . Покажите, что любая подгруппа группы Z совпадает с группой mZ для некоторого натурального m .

Упражнение 6. Покажите, что каждое подкольцо поля является областью целостности.

Упражнение 7. Пусть даны положительное действительное число a и комплексное число c . Найдите множество точек плоскости, которые изображают комплексные числа z , удовлетворяющие условиям: $|z| = a$; $|z - c| = a$; $|z| < a$; $|z - c| < a$; $|z - 1| \leq 1$; $|z - 1 - i| < 2$; $|z - 1| + |z + 1| = 2$.

Упражнение 8. Решите систему уравнений:

$$\begin{aligned}ix + (1 + i)y &= 3 - i, & (1 - i)x - (6 - i)y &= 4; \\(2 + i)x - (3 + i)y &= i; & (3 - i)x + (2 + i)y &= -i.\end{aligned}$$

Упражнение 9. Представьте в тригонометрической форме комплексные числа: $1, i, -1, -i, 1 + i, 1 - i, -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} + i$.

Упражнение 10. Найдите множество точек плоскости, изображающих комплексные числа z , для которых: $\arg z = 0$; $\arg z = \frac{\pi}{3}$; $\arg z = \pi$; $\arg z = \frac{\pi}{2}$.

Упражнение 11. Пусть (α, β) и (γ, δ) — векторы пространства F^2 . Покажите, что эти векторы тогда и только тогда линейно зависимы, когда $\alpha\delta - \beta\gamma = 0$.

Упражнение 12. Покажите, что арифметические n -мерные векторы \vec{a}, \vec{b} линейно зависимы тогда и только тогда, когда \vec{a} и \vec{b} пропорциональны, т. е. для некоторого скаляра λ : $\vec{a} = \lambda\vec{b}$ или $\vec{b} = \lambda\vec{a}$.

Упражнение 13. Каким условиям должны удовлетворять скаляры β и γ , чтобы векторы (α, β) и (α, γ) были линейно зависимыми?

Упражнение 14. Докажите, что если к линейно независимой системе векторов $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_m$ приписать слева или справа какой-нибудь вектор \vec{b} , то не более чем один вектор полученной системы будет линейно выражаться через предыдущие.

Упражнение 15. Пусть $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_m$ и $\vec{b}_1, \dots, \vec{b}_m$ — две системы линейно независимых векторов. Докажите, что если $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_m \in L(\vec{b}_1, \dots, \vec{b}_m)$, то $\vec{b}_1, \dots, \vec{b}_m \in L(\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_m)$.

2 семестр

Упражнение 1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) $3A + 2B$, б) $A - \lambda E$.

Упражнение 2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти AB

и BA (если это возможно).

Упражнение 3. Найти: а) A^3 , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$; б) $A^2 + 3B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Упражнение 4. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если

а) $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2$, $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; б) $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Упражнение 5. Найти с помощью элементарных преобразований обратную матрицу для матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Упражнение 6. Решить матричные уравнения

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; б) $X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Упражнение 7. Решить системы уравнений матричным методом:

а) $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 9x_1 + 2x_2 = 8, \\ 4x_1 + x_2 = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_2 = -6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 17, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

Упражнение 8. Найти число инверсий в подстановке и определить её

класс:

а) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Упражнение 9. Перемножить подстановки:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}^2; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}^3$$

.

Упражнение 10. Найдите обратные подстановки: а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

Упражнение 11. Найти неизвестную подстановку X из равенства $AXB = C$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 7 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Упражнение 12. Вычислить указанные определители приведением к диагональному виду:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 7 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Упражнение 13. Вычислить определители методом приведения к треугольному виду:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & 25 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 4 & 3 \\ -3 & 0 & -8 & -13 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & -5 \\ 1 & 6 & 5 & 4 \\ -3 & 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \text{ г) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & -1 & 7 \\ 4 & -2 & 2 & 6 \\ 5 & 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

.

Упражнение 14. Вычислить указанные определители разложением по элементам строки или столбца:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -38 & 4 \\ 5 & -35 & 2 \\ 2 & -49 & 3 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Упражнение 15. Решить системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x - 3y + 5z - 7t = 12, \\ 3x - 5y + 7z - t = 0, \\ 5x - 7y + z - 3t = 4, \\ 7x - y + 3z - 5t = 16; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

Упражнение 16. Выяснить, линейно зависима или линейно независима система векторов:

а) $\bar{a}_1 = (1,1,1), \bar{a}_2 = (1,2,3), \bar{a}_3 = (1,4,9),$

б) $\bar{a}_1 = (-1,0,1,0), \bar{a}_2 = (-3,2,0,1), \bar{a}_3 = (2,-2,1,-1), \bar{a}_4 = (0,2,-3,1),$

в) $\bar{a}_1 = (-1,0,1,0), \bar{a}_2 = (-3,2,0,1), \bar{a}_3 = (2,-2,1,-1), \bar{a}_4 = (0,2,-3,1).$

Упражнение 17. Найти обратную матрицу для матрицы (обратную матрицу найти с помощью присоединенной матрицы):

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 10 \end{pmatrix};$ в) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix};$ г) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix};$ д) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$

Упражнение 18. Найти скалярное произведение векторов \bar{a}_1 и \bar{a}_2 .

а) $\bar{a}_1 = (0,1,1,-2), \bar{a}_2 = (-3,1,-2,-1);$

б) $\bar{a}_1 = (1,2,1,0), \bar{a}_2 = (4,3,-1,-2);$

в) $\bar{a}_1 = (1,-3,1,4), \bar{a}_2 = (3,0,-1,1).$

Упражнение 19. Найдите такое число λ , чтобы векторы $\bar{a}_1 = \bar{e}_1 + 5\bar{e}_2 - 6\bar{e}_3, \bar{a}_2 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \lambda\bar{e}_3$ были ортогональны.

Упражнение 20. Ортогонализировать систему векторов:

а) $\bar{a}_1 = (2,1,0), \bar{a}_2 = (4,1,1), \bar{a}_3 = (3,3,3);$

б) $\bar{a}_1 = (1,1,1,1), \bar{a}_2 = (3,3,-1,-1), \bar{a}_3 = (-2,0,6,8);$

в) $\bar{a}_1 = (1,0,1,3), \bar{a}_2 = (4,1,-1,1), \bar{a}_3 = (-3,1,1,0).$

3 семестр

Упражнение 1. Укажите, при каком значении λ полиномы $x^3 - 2\lambda x + \lambda^3$ и $x^3 + \lambda^2 - 2$ имеют общий корень в поле комплексных чисел.

Упражнение 2. Найдите наибольший общий делитель полиномов $x^3 - 1$ и $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ и его линейное представление через эти полиномы.

Упражнение 3. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное полиномов $x^4 - 4x^3 + 1$ и $x^3 - 3x^2 + 1$.

Упражнение 4. Найдите наименьшее общее кратное полиномов $x^{33} - 1$ и $x^{18} - 1$.

Упражнение 5. Разложите полином $x^6 - 5x^5 + 3x^3 - 1$ по степеням $x - 1$.

Упражнение 6. Разложите полином $x^5 + 4x^4 - x^3 - 29x^2 - 14x - 1$ по степеням разности $x - 2$.

Упражнение 7. Разложите полином $x^5 - x^3 + 1$ по степеням $x + i$.

Упражнение 8. Вычислите значения полинома $x^4 + 3x^2 - 5x + 1$ и его производных при $x = -1$.

Упражнение 9. Определите кратность корня 1 полинома $x^6 - x^5 - x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1$.

Упражнение 10. Определите кратность корня i полинома $x^6 + x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1$.

Упражнение 11. Определите коэффициенты a и b так, чтобы полином $ax^4 + bx^3 + 1$ из $Q[x]$ делился на $(x - 1)^2$.

Упражнение 12. Разложите на линейные множители в кольце $C[z]$ полиномы: $z^2 + z + 1 + i$; $z^4 + z^3 - z - 1$.

Упражнение 13. Разложите на неприводимые множители полином $z^4 + 3z^3 + 4z^2 + 3z + 1$ в $C[z]$ и в $R[z]$.

Упражнение 14. Найдите полином наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий корни $i - 1$, π , $-1 + i\sqrt{3}$.

Упражнение 15. Разложите на неприводимые множители над полем действительных чисел полиномы: $x^3 + x + 2$; $x^4 + 2x^2 + 4$; $x^5 - 1$; $x^4 - x^2 + 1$.

Упражнение 16. Вычислить результат полиномов:

а) $2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ и $x^2 + x + 3$;

б) $x^3 + 2x^2 + 2x - 2$ и $x^2 - 2x + 4$.

Упражнение 17. При каком значении λ , полиномы имеют общий корень:

а) $x^3 - 2\lambda x + \lambda^3$ и $x^2 + \lambda^2 - 2$;

б) $x^3 + \lambda x^2 - 9$ и $x^2 + \lambda x - 3$?

Упражнение 18. Исключите x из системы уравнений

$$x^2 - 3xy + y^2 - 2 = 0, 2x^2 - xy + 3y^2 - 1 = 0.$$

Упражнение 19. Решите с помощью результата систему уравнений

$$y^2 + x^2 - y - 3x = 0, y^2 - 6xy - x^2 + 11y + 7x - 12 = 0.$$

Упражнение 20. Решите следующие уравнения третьей степени:

$$x^3 - 3x + 2 = 0; x^3 - 6x + 4 = 0; x^3 + 3x^2 - x + 4 = 0; x^3 + 3x - 2i = 0.$$

4.1.4 Примерные вопросы к коллоквиумам

1 семестр

Вопросы к коллоквиуму № 1

1. Алгебраические операции и их свойства.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями.
3. Метод математической индукции.
4. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр.
5. Понятие группы. Примеры групп.
6. Простейшие свойства групп.
7. Гомоморфизмы групп.
8. Подгруппы.
9. Понятие кольца. Простейшие свойства кольца. Примеры колец.
10. Подкольца.
11. Поле, его простейшие свойства, примеры. Подполе.

Вопросы к коллоквиуму № 2

1. Поле комплексных чисел.
2. Комплексные числа в алгебраической форме, операции над ними.
3. Сопряжённые комплексные числа и их свойства.
4. Модуль комплексного числа и его свойства.
5. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
6. Тригонометрическая форма комплексного числа.
7. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
8. Корни из комплексных чисел. Геометрический смысл извлечения корня.
9. Арифметическое векторное пространство.
10. Векторное пространство. Примеры.
11. Подпространство и его свойства.
12. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
13. Свойства линейной зависимости конечных систем векторов.
14. Линейная оболочка. Эквивалентные системы векторов.
15. Базис и ранг системы векторов.
16. Координаты вектора в данном базисе. Размерность векторного пространства.

2 семестр

Вопросы к коллоквиуму № 1

1. Операции над матрицами, их свойства.
2. Понятие обратной матрицы, элементарные матрицы.
3. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
4. Группа подстановок. Чётность и знак подстановки.
5. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителя.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Разложение определителя по строкам или столбцу.

8. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
9. Определитель произведения матриц.
10. Теорема о ранге матрицы.
11. Присоединённая матрица. Обратная матрица.
12. Запись и решение n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.
13. Правило Крамера.
14. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n переменными имеет ненулевое решение.
15. Векторная форма записи системы линейных уравнений. Условия совместимости системы линейных уравнений.

Вопросы к коллоквиуму № 2

1. Система однородных уравнений. Условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений.
2. Приведение матрицы к ступенчатому виду, вычисление ранга матрицы.
3. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
4. Неоднородная система линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений.
5. Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
6. Скалярное умножение в векторном пространстве.
7. Ортогональная система векторов.
8. Процесс ортогонализации.
9. Ортогональное дополнение к подпространству.
10. Евклидово векторное пространство.
11. Норма вектора.
12. Ортонормированный базис евклидова пространства.
13. Изоморфизмы евклидовых пространств.

3 семестр

Вопросы к коллоквиуму № 1

1. Кольцо многочленов от одной переменной.
2. Степень многочлена.
3. Деление на двучлен $(x - a)$ и корни многочлена.
4. Наибольшее возможное число корней в области целостности.
5. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Теорема о делении с остатком.
7. НОД. Алгоритм Евклида.
8. НОК.
9. Неприводимые над полем многочлены.

10. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
11. Формальная производная многочлена и ее свойства.
12. Разложение многочлена по степеням $(x - a)$. Формула Тейлора.
13. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.
14. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
15. Следствия из алгебраической замкнутости поля комплексных чисел.
16. Разложение многочленов над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей.
17. Формула Виета.

Вопросы к коллоквиуму № 2

1. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
2. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
3. Решение алгебраического уравнения 3-ей степени в радикалах.
4. Решение алгебраического уравнения 4-ой степени в радикалах.
5. Целые и рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
6. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
7. Простое расширение поля, алгебраические и трансцендентные числа.
8. Строение простого алгебраического расширения поля.
9. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
10. Результат двух многочленов.
11. Исключение переменных из систем уравнений с помощью результата.
12. Система Штурма. Свойства многочленов из системы Штурма.
13. Теорема Штурма.
14. Метод линейной интерполяции. Геометрический смысл метода линейной интерполяции.
15. Метод Ньютона. Сходимость метода Ньютона.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

4.2.1 Примерные вопросы на экзамен/зачет

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Алгебраические операции и их свойства.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями.
3. Метод математической индукции.

4. Гомоморфизм и изоморфизм алгебр.
5. Понятие группы. Примеры групп.
6. Простейшие свойства групп.
7. Гомоморфизмы групп.
8. Подгруппы.
9. Понятие кольца. Простейшие свойства кольца. Примеры колец.
10. Подкольца.
11. Поле, его простейшие свойства, примеры. Подполе.
12. Поле комплексных чисел.
13. Комплексные числа в алгебраической форме, операции над ними.
14. Сопряжённые комплексные числа и их свойства.
15. Модуль комплексного числа и его свойства.
16. Геометрическое представление комплексных чисел и операции над ними.
17. Тригонометрическая форма комплексного числа.
18. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
19. Корни из комплексных чисел. Геометрический смысл извлечения корня.
20. Арифметическое векторное пространство.
21. Векторное пространство. Примеры.
22. Подпространство и его свойства.
23. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
24. Свойства линейной зависимости конечных систем векторов.
25. Линейная оболочка. Эквивалентные системы векторов.
26. Базис и ранг системы векторов.
27. Координаты вектора в данном базисе. Размерность векторного пространства.

Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Операции над матрицами, их свойства.
2. Понятие обратной матрицы, элементарные матрицы.
3. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
4. Группа подстановок. Чётность и знак подстановки.
5. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителя.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Разложение определителя по строкам или столбцу.
8. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.
9. Определитель произведения матриц.
10. Теорема о ранге матрицы.
11. Присоединённая матрица. Обратная матрица.

12. Запись и решение n линейных уравнений с n переменными в матричной форме.
13. Правило Крамера.
14. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n переменными имеет ненулевое решение.
15. Векторная форма записи системы линейных уравнений. Условия совместимости системы линейных уравнений.
16. Система однородных уравнений. Условия существования нетривиальных решений. Пространство решений системы однородных уравнений.
17. Приведение матрицы к ступенчатому виду, вычисление ранга матрицы.
18. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
19. Неоднородная система линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений.
20. Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
21. Скалярное умножение в векторном пространстве.
22. Ортогональная система векторов.
23. Процесс ортогонализации.
24. Ортогональное дополнение к подпространству.
25. Евклидово векторное пространство.
26. Норма вектора.
27. Ортонормированный базис евклидова пространства.
28. Изоморфизмы евклидовых пространств.

Вопросы к экзамену (3 семестр)

1. Кольцо многочленов от одной переменной.
2. Степень многочлена.
3. Деление на двучлен $(x - a)$ и корни многочлена.
4. Наибольшее возможное число корней в области целостности.
5. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Теорема о делении с остатком.
7. НОД. Алгоритм Евклида.
8. НОК.
9. Неприводимые над полем многочлены.
10. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
11. Формальная производная многочлена и ее свойства.
12. Разложение многочлена по степеням $(x - a)$. Формула Тейлора.
13. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

14. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
15. Следствия из алгебраической замкнутости поля комплексных чисел.
16. Разложение многочленов над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей.
17. Формула Виета.
18. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
19. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
20. Решение алгебраического уравнения 3-ей степени в радикалах.
21. Решение алгебраического уравнения 4-ой степени в радикалах.
22. Целые и рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
23. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
24. Простое расширение поля, алгебраические и трансцендентные числа.
25. Строение простого алгебраического расширения поля.
26. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
27. Результат двух многочленов.
28. Исключение переменных из систем уравнений с помощью результата.
29. Система Штурма. Свойства многочленов из системы Штурма.
30. Теорема Штурма.
31. Метод линейной интерполяции. Геометрический смысл метода линейной интерполяции.
32. Метод Ньютона. Сходимость метода Ньютона.

4.2.2 Критерии оценки по промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

Критерии оценивания на экзамене

Экзамен – форма промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку в четырехбальной шкале («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»). Основой для определения оценки на экзаменах служит объём и уровень усвоения студентами материала, предусмотренного рабочей программой дисциплины.

Итоговая оценка учитывает совокупные результаты контроля знаний. Экзамен проводится по билетам в устной форме в виде опроса. Содержание билета: 1-е задание (теоретический вопрос); 2-е задание (теоретический вопрос); 3-е задание (задача).

Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом. Экзамен по дисциплине преследует цель оценить сформированность требуемых компетенций, работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение

навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена определяется в рабочей программе дисциплины. Студенту предоставляется возможность ознакомления с рабочей программой дисциплины. Экзаменатор имеет право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины. Время проведения экзамена устанавливается нормами времени. Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Экзамен проводится в устной (или письменной) форме по билетам. Каждый билет содержит один теоретический вопрос и одну задачу. Экзаменатор имеет право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины. Время проведения экзамена устанавливается нормами времени. Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценка «отлично» выставляется, если студент:

- полно раскрыл содержание материала в области, предусмотренной программой;

- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно использовал терминологию;

- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, использовал наглядные пособия, соответствующие ответу;

- показал умения иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами из практики;

- продемонстрировал усвоение изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость знаний;

- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов, как на билет, так и на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется, если:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие методического содержания ответа;

- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправление по замечанию преподавателя;

- допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, легко исправленных по замечанию преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, чертежах, выкладках, рассуждениях, исправленных после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если:

- не раскрыто основное содержание учебного методического материала;

– обнаружено незнание и непонимание студентом большей или наиболее важной части дисциплины;

– допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в рисунках, чертежах, в использовании и применении наглядных пособий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

– допущены ошибки в освещении основополагающих вопросов дисциплины.

На экзамене предлагается решить практическое задание. Для оценки практического задания используются следующие критерии:

Оценка «отлично» выставляется студенту, если при решении задачи выполнены все этапы алгоритма, верно выполнены промежуточные вычисления и обоснованно получен верный ответ.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если при решении задачи выполнены все этапы алгоритма, в процессе выполнения промежуточных вычислений допущена арифметическая ошибка и обоснованно получен ответ с учетом допущенной ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если при решении задачи не выполнены все этапы алгоритма, в процессе выполнения промежуточных вычислений допущены арифметические ошибки и получен ответ с учетом допущенной ошибки или ответ получен не обоснованно.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в решении и не умеет применять базовые алгоритмы при решении типовых практических задач

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания на зачете

Зачет – форма промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку по двухбалльной шкале («зачтено», «не зачтено»). Основой для определения оценки на зачете служат объём и уровень усвоения студентами материала, предусмотренного рабочей программой дисциплины. В случае высоких результатов (не менее 70 баллов) текущей аттестации, позволяющих сделать вывод о том, что студент усвоил материал, предусмотренный рабочей программой дисциплины, оценка «зачтено» выставляется РМГО-математически. В противном случае зачет проводится в форме устного или письменного опроса. Экзаменатор имеет право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины. Время проведения зачета устанавливается нормами времени. Результат сдачи зачета заносится преподавателем в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется студенту, обнаружившему всестороннее систематическое знание учебно-программного материала в сфере профессиональной деятельности, освоившему основную литературу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой, студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившему творческие способности в понимании и использовании учебно-программного материала.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющемуся с выполнением практических заданий и учебных (контрольных) нормативов на контрольных работах, зачетах, предусмотренных программой, студентам, обладающим необходимыми знаниями, но допустившим неточности при выполнении контрольных нормативов.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, не может

точно выполнять тестовые задания, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература

1. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. II [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2014. — 246 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=63668
2. Войтенко, Т.Ю. Введение в алгебру: задачи и решения : учебное пособие / Т.Ю. Войтенко, Е.Н. Яковлева ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное автономное

- образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет». - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-9765-2986-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=463938>
3. Никонова, Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии: примеры, задачи, тесты : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 100 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1711-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428767>
 4. Балдин, К.В. Математика : учебное пособие / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 543 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00980-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114423>
 5. Ларин, С. В. Числовые системы : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 177 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05548-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/4EB7A52C-EE1D-4846-A147-2B4059AD4672.
 6. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/49469>.
 7. Сикорская, Г.А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Г.А. Сикорская ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Оренбургский государственный университет». - Оренбург : ОГУ, 2017. - 304 с. : ил. - Библиогр.: с. 259-260. - ISBN 978-5-7410-1943-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485715>

5.2 Дополнительная литература

1. Ляпин, Е. С. Курс высшей алгебры [Электронный учебник] : учебник / Е. С. Ляпин. — 3-е изд., стер. — М. : Лань, 2009. — 368 с. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=246.

2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=30198
3. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 336 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=289.
4. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46
5. Киселев, А.П. Алгебра. Ч. I. [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2011. — 150 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2203

5.3 Периодические издания

1. Математика в высшем образовании. - URL: https://e.lanbook.com/journal/2368#journal_name
2. Математическое образование. Фонд математического образования и просвещения (Москва). - URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1408321>
3. Современная математика и концепции инновационного математического образования . - URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=53797>.
4. Математика и ее приложения. Журнал Ивановского математического общества. - URL: http://elibrary.ru/title_about.asp?id=32863
5. Математические заметки СВФУ. Научно-исследовательский институт математики Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова (Якутск). - URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1443590>
6. Математические методы и модели: теория, приложения и роль в образовании. Ульяновский государственный технический университет (Ульяновск). - URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=54645>
7. Математические труды. Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск). - URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1389771>
8. Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона (Киров). - URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=28395>

6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» [учебные, научные здания, первоисточники, художественные произведения различных

- издательств; журналы; мультимедийная коллекция: аудиокниги, аудиофайлы, видеокурсы, интерактивные курсы, экспресс-подготовка к экзаменам, презентации, тесты, карты, онлайн-энциклопедии, словари] : сайт. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red.
2. ЭБС издательства «Лань» [учебные, научные издания, первоисточники, художественные произведения различных издательств; журналы] : сайт. – URL: <http://e.lanbook.com>.
 3. ЭБС «Юрайт» [раздел «ВАША ПОДПИСКА: Филиал КубГУ (г. Славянск-на-Кубани): учебники и учебные пособия издательства «Юрайт»] : сайт. – URL: <https://www.biblio-online.ru/catalog/E121B99F-E5ED-430E-A737-37D3A9E6DBFB>.
 4. Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания [полнотекстовый ресурс свободного доступа] : сайт. – URL: <https://www.monographies.ru/>.
 5. Научная электронная библиотека статей и публикаций «eLibrary.ru» : российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины, образования [5600 журналов, в открытом доступе – 4800] : сайт. – URL: <http://elibrary.ru>.
 6. Базы данных компании «Ист Вью» [раздел: Периодические издания (на рус. яз.) включает коллекции: Издания по общественным и гуманитарным наукам; Издания по педагогике и образованию; Издания по информационным технологиям; Статистические издания России и стран СНГ] : сайт. – URL: <http://dlib.eastview.com>.
 7. КиберЛенинка : научная электронная библиотека [научные журналы в полнотекстовом формате свободного доступа] : сайт. – URL: <http://cyberleninka.ru>.
 8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам : федеральная информационная система свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для всех уровней образования: дошкольное, общее, среднее профессиональное, высшее, дополнительное : сайт. – URL: <http://window.edu.ru>.
 9. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [для общего, среднего профессионального, дополнительного образования; полнотекстовый ресурс свободного доступа] : сайт. – URL: <http://fcior.edu.ru>.
 10. Энциклопедиум [Энциклопедии. Словари. Справочники : полнотекстовый ресурс свободного доступа] // ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» : сайт. – URL: <http://enc.biblioclub.ru/>.

7 Методические указания для студентов по освоению дисциплины

При изучении дисциплины «Алгебра» студенты часть материала должны проработать самостоятельно. Роль самостоятельной работы велика.

Планирование самостоятельной работы студентов по дисциплине «Алгебра» необходимо проводить в соответствии с уровнем подготовки студентов к изучаемой дисциплине. Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

При всех формах самостоятельной работы студент может получить разъяснения по непонятным вопросам у преподавателя на индивидуальных консультациях в соответствии с графиком консультаций. Студент может также обратиться к рекомендуемым преподавателем учебникам и учебным пособиям, в которых теоретические вопросы изложены более широко и подробно, чем на лекциях и с достаточным обоснованием.

Консультация – активная форма учебной деятельности в педвузе. Консультацию предваряет самостоятельное изучение студентом литературы по определенной теме. Качество консультации зависит от степени подготовки студентов и остроты поставленных перед преподавателем вопросов.

Основной частью самостоятельной работы студента является его систематическая подготовка к практическим занятиям. Студенты должны быть нацелены на важность качественной подготовки к таким занятиям. При подготовке к практическим занятиям студенты должны освоить вначале теоретический материал по новой теме занятия, с тем чтобы использовать эти знания при решении задач. Затем просмотреть объяснения решения примеров, задач, сделанные преподавателем на предыдущем практическом занятии, разобраться с примерами, приведенными лектором по этой же теме. Решить заданные примеры. Если некоторые задания вызвали затруднения при решении, попросить объяснить преподавателя на очередном практическом занятии или консультации.

Для работы на практических занятиях, самостоятельной работы во внеаудиторное время, а также для подготовки к экзамену рекомендуется использовать методические рекомендации к практическим занятиям. При подготовке к тестированию необходимо повторить материал, рассмотренный на практических занятиях, решить соответствующие задачи или примеры, убедиться в знании необходимых формул, определений и т. д. При подготовке к коллоквиумам студентам приходится изучать указанные преподавателем темы, используя конспекты лекций, рекомендуемую литературу, учебные пособия. Ответы на возникающие вопросы в ходе подготовки к коллоквиуму и контрольной работе можно получить на очередной консультации.

Ряд тем и вопросов курса отведены для самостоятельной проработки студентами. При этом у лектора появляется возможность расширить круг изучаемых проблем, дать на самостоятельную проработку новые интересные вопросы. Студент должен разобраться в рекомендуемой литературе и письменно изложить кратко и доступно для себя основное содержание материала. Преподаватель проверяет качество усвоения самостоятельно проработанных вопросов на практических занятиях, контрольных работах, коллоквиумах и во время экзамена. Затем корректирует изложение материала и нагрузку на студентов.

Для получения практического опыта решения задач по дисциплине «Алгебра» на практических занятиях и для работы во внеаудиторное время предлагается самостоятельная работа в форме практических работ. Контроль над выполнением и оценка практических работ осуществляется в форме собеседования.

Таким образом, использование всех рекомендуемых видов самостоятельной работы дает возможность значительно активизировать работу студентов над материалом курса и повысить уровень их усвоения.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины. Проводится в компьютерном классе, оснащённом персональными ЭВМ и соответствующим программным обеспечением (ПО).

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Офисный пакет приложений «Apache OpenOffice»
2. Приложение, позволяющее просматривать и воспроизводить медиа-контент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»
3. Программы, демонстрации видео материалов (проигрыватель) «WindowsMediaPlayer».
4. Программа просмотра интернет контента (браузер) « Google Chrome »
5. Офисный пакет приложений «LibreOffice»

6. Офисный пакет приложений «Microsoft Office Professional Plus 2007 Russian Academic»
7. Текстовый редактор «Notepad++»
8. Программа файловый архиватор «7-zip»
9. Двухпанельный файловый менеджер «FreeCommander»
10. Программа просмотра интернет контента (браузер) «Mozilla Firefox»

8.3 Перечень информационных справочных систем

1. Федеральный центр образовательного законодательства : сайт. – URL: <http://www.lexed.ru>.
2. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования. – URL: <http://www.fgosvo.ru>.
3. Научная электронная библиотека статей и публикаций «eLibrary.ru» : российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины, образования [база данных Российского индекса научного цитирования] : сайт. – URL: <http://elibrary.ru>.
4. Энциклопедиум [Энциклопедии. Словари. Справочники : полнотекстовый ресурс свободного доступа] // ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» : сайт. – URL: <http://enc.biblioclub.ru/>.
5. ГРАМОТА.РУ – справочно-информационный интернет-портал. – URL: <http://www.gramota.ru>.
6. Электронный каталог Кубанского государственного университета и филиалов. – URL: <http://212.192.134.46/MegaPro/Web/Home/About>.

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащённость
1	Лекционные занятия	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащённая презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2	Семинарские занятия	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, оснащённая презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
3	Групповые (индивидуальные) консультации	Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, оснащённая пре-

		зентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
4	Лабораторные занятия	Учебная аудитория для проведения лабораторных занятий, оснащенная персональными ЭВМ и соответствующим программным обеспечением (ПО)
5	Текущий контроль (текущая аттестация)	Учебная аудитория для проведения текущего контроля, оснащенная персональными ЭВМ и соответствующим программным обеспечением (ПО)
6	Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду филиала университета. Читальный зал библиотеки филиала.

Учебное издание

Чернышев Андрей Николаевич

АЛГЕБРА

Методические материалы
к изучению дисциплины и организации самостоятельной работы
студентов 1–3 курсов академического бакалавриата, обучающихся по
направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями
подготовки – математика, информатика)

Подписано в печать _____
Формат 60x84/16. Бумага типографская. Гарнитура «Таймс»
Печ. л. _____. Уч.-изд. л. ____
Тираж 1 экз. Заказ № ____

Филиал Кубанского государственного университета
в г. Славянске-на-Кубани
353560, Краснодарский край, г. Славянск-на-Кубани, ул. Кубанская, 200

Отпечатано в издательском центре
филиала Кубанского государственного университета в
г. Славянске-на-Кубани
353560, Краснодарский край, г. Славянск-на-Кубани, ул. Кубанская, 200